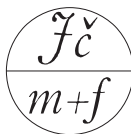


SPOLEČNOST UČITELŮ MATEMATIKY JČMF

JAK UČIT MATEMATICE ŽÁKY VE VĚKU 11–15 LET

SBORNÍK PŘÍSPĚVKŮ CELOSTÁTNÍ KONFERENCE

15.–16. 10. 2009



SU
 Σ Společnost učitelů
matematiky JČMF
MA

Programový výbor:

Lišková Hana

Leníček Stanislav

Bartoníčková Milada

Plíšková Jana

Vaňková Jana

Garant vzdělávací akce:

Fuchs Eduard

Příspěvky byly recenzovány.

Text sborníku neprošel jazykovou úpravou.

Vydal: Vydavatelský servis, Plzeň

Editorka: Naďa Stehlíková, 2010

ISBN 978-80-86843-28-5

OBSAH	
Úvod	5
Plenární přednášky	7
Jakub Fischer Od finanční negramotnosti k nezaměstnanosti.....	9
František Kuřina Matematická kultura, matematická gramotnost a krize školy	15
Michal Skořepa Poznámky k finanční (a ekonomické) gramotnosti a k jejím styčným plochám s matematikou	27
Pracovní dílny a příspěvky v sekcích	35
Jana Cachová Podnětné činnosti s kalkulačkou ve vyučování matematice.....	37
Alena Hesová Finanční gramotnost v základní škole	43
Marie Chodorová, Josef Molnár Netradiční formy spolupráce	51
Eva Lesáková, Eva Řídká Výzkumné šetření MAGMA	55
Karel Otruba Jak jsem nakonec prošel i do gymnázia, ale stejně zase propadl.....	69
Jaroslav Perný Rozvíjení představivosti mentální manipulací	75
Jana Plíšková Finanční matematika na základní škole	83
Monika Reiterová, Jozef Kuzma Finančná gramotnosť vo vzdelávacom systéme Slovenskej republiky (implementácia finančného vzdelávania v matematike ISCED 2).....	91

Viera Ringlerová, Tatiana Košinárová Testovanie matematickej gramotnosti žiakov 9. ročníka ZŠ v Slovenskej republike Výsledky žiakov 9. ročníka ZŠ v rokoch 2008 a 2009	99
Filip Roubíček Modelování jako součást řešení geometrických úloh	113
Filip Roubíček Sebereflexe učitele: Učím jinak?	121
Marie Tichá, Alena Hošpesová Tvoření úloh jako cesta k matematické gramotnosti	133
Jiří Vaníček Počítačová a matematická gramotnost	147
Eva Zelendová Matematická gramotnost (Jedna část úkolu Podpora gramotnosti žáků, který řeší VÚP v Praze)	155
Nerecenzované příspěvky	161
Emil Calda Byl Euklides finančně gramotný?	163
Eva Farová Finanční a ekonomická gramotnost	167
Vladimír Wasyliw Nebojte se interaktivní tabule	169
Seznam účastníků	173

Alfred North Whitehead: „Historie lidského myšlení, v níž se ignoruje role matematiky, je totéž, jako inscenace Hamleta, provedená bez účasti Hamleta nebo přinejmenším bez Ofélie.“

Konference s názvem „Jak učit matematice žáky ve věku 11–15 let“ je již tradiční akcí Společnosti učitelů matematiky JČMF. Počtvrté se hostitelkou setkání učitelů matematiky z České republiky a Slovenska stala VOŠP a SPgŠ v Litomyšli. Letošním hlavním tématem byla matematická a finanční gramotnost. Díky tomuto zaměření konference se zde živých diskusí zúčastnili i zástupci státních i soukromých institucí, kteří gramotnost žáků testují a analyzují (VÚP Praha, VÚP Bratislava, CERMAT, SCIO). Úvodní příspěvky zástupců České národní banky (E. Zamrazilové a M. Skořepy), Vysoké školy ekonomické v Praze (J. Fischera) a Pedagogické fakulty v Hradci Králové (F. Kuřiny) obsahově navodily celé jednání konference a jasně vymezily zásadní východiska pro rozvíjení finanční gramotnosti mladé generace a celé společnosti.

Program konference byl záměrně koncipován tak, aby převažovala aktivní práce účastníků setkání. Jednotlivé sekce – Rozvíjení matematické gramotnosti, Finanční gramotnost, Interaktivní média, Matematická a ekonomická gramotnost, Geometrická a počítačová gramotnost – nabízely možnost prezentace zkušeností učitelů z praxe stejně jako vystoupení pedagogů a didaktiků matematiky z vysokých škol. Novým nápadem bylo týmové zapojení učitelů do finanční hry předvedené firmou Ekogram. Naplnilo se i očekávání těch, kteří se těšili na nové informační a technologické prvky ve výuce (materiály firmy Barycom a Fraus).

Různorodá a bohatá nabídka příspěvků umožnila účastníkům dostatečnou volbu. Ve večerních hodinách se s širokým výběrem her předvedla i firma Svět deskových her. Tradičně nezklamala ani prodejní výstava učebnic nakladatelství Prometheus, Fraus a Prodos.

Podnětná vystoupení o trendech ve vyučování matematice (D. Hrubého), ale i o vyučovacích metodách využívaných v zahraničí (N. Stehlíkové) inspirovala účastníky konference v závěru akce. Hlavu plnou otázek a nových námětů měli jistě všichni přítomní, kterým byla určena i patřičná dávka optimismu při vystoupení E. Caldy.

Věříme, že nejen program ale i prostředí, kde probíhalo jednání (zámek a jeho kongresový sál, klasická budova pedagogické školy a moderní, příjemné prostředí domova mládeže), přispělo k důstojnému průběhu konference.

Hana Lišková

Za programový a organizační výbor

PLENÁRNÍ PŘEDNÁŠKY

OD FINANČNÍ NEGRAMOTNOSTI K NEZAMĚSTNANOSTI

Jakub Fischer

Na pětidílném životním příběhu Pepy z Litvínova je poukázáno na některé souvislosti a konsekvence finanční ngramotnosti, zejména neuvážené vysoké zadlužení. Širší rámec příběhu zahrnuje i problémy, které mohou vyplynout z příliš štědrého sociálního systému, zejména nízká motivace k hledání a udržení práce. Reálné údaje se vztahují k období podzimu 2009. Nepřesnosti padají výlučně na vrub autora. Pepa z Litvínova je osobou fiktivní, nicméně příběh se bohužel jeví jako reálný a realistický. Z výukového hlediska příběh umožňuje žákům hledat základní finanční údaje, orientovat se v pojmech, proniknout do problematiky daňového a sociálního systému.

PŘÍBĚH PRVNÍ: CHODIT DO PRÁCE, NEBO BRÁT DÁVKY?

Čtyřicetiletý Pepa pracuje u soustruhu, pobírá průměrnou mzdu vyučené osoby bez maturity v Ústeckém kraji. Měsíčně odpracuje 160 hodin. Manželka jej trvale opustila pro jeho vysoký mezní sklon ke konzumaci lihem obohacených nápojů, takže Pepa žije sám s dvěma dětmi, které občas docházejí do 1., resp. 3. třídy základní školy. Zjistěte, jak se změní měsíční příjem Pepy v případě, že Pepu (řekněme z důvodu nadbytečnosti) vyhodí z práce. Měsíční náklady na dojíždění do práce a z práce uvažujte 1 000 Kč měsíčně.

Postup řešení:

- Zjistěte, jaká je průměrná hrubá mzda osoby vyučené bez maturity v Ústeckém kraji.
- Zjistěte výši Pepových odvodů ze mzdy (pojištění a daň z příjmu).
- Zjistěte Pepovu čistou mzdu.
- Zjistěte výši Pepovy podpory v nezaměstnanosti.
- Zjistěte, jaké sociální dávky jsou vázány na Pepův čistý měsíční příjem.
- Zjistěte původní a nový celkový příjem Pepy (bez započtení dávek, které nejsou vázány na příjmy).

Řešení:

- Průměrná hrubá mzda osoby vyučené bez maturity v Ústeckém kraji činí 18 128 Kč (ISPV, průměrný výdělek 113,30 Kč/hod, 160 hodin měsíčně).
- Zdravotní a sociální pojištění 1 995 Kč, daň 3 645 Kč, slevy na dani 2 070 Kč, daňové zvýhodnění 1 780 Kč, čistá mzda $18\,128 - 1\,995 - 3\,645 + 2\,070 + 1\,780 = 16\,338$ Kč.
- Podpory v nezaměstnanosti: první dva měsíce 65 % průměrné čisté mzdy, tj. 10 620 Kč, další měsíce podpora postupně klesá až k nule.
- Sociální dávky jsou vázány na Pepův čistý měsíční příjem (vše pro první dva měsíce):
 - příspěvek na bydlení 1 099 Kč před propuštěním, 2 815 Kč po propuštění
 - příspěvek na dítě 0 Kč před propuštěním, 1 020 Kč po propuštění
 - sociální příplatek: 0 Kč před propuštěním, 859 Kč po propuštění
- Původní příjem Pepy: $16\,338 \text{ Kč} + 1\,099 \text{ Kč} = 17\,437 \text{ Kč}$ (po odečtení nákladů na dopravu 16 437 Kč)
- Příjem Pepy po propuštění: $10\,620 \text{ Kč} + 2\,815 \text{ Kč} + 1\,020 \text{ Kč} + 859 \text{ Kč} = 15\,314 \text{ Kč}$ (tj. jen o 1 123 Kč méně!)

Závěr prvního příběhu: Pepa nemusí ztráty zaměstnání příliš litovat, v prvních dvou měsících přijde měsíčně pouze o 1 123 Kč. Jeho chuť najít si práci novou nebude vysoká.

PŘÍBĚH DRUHÝ: PŮJČIT SI NA NÁKUP TELEVIZORU?

Pepa zjistil, že volný čas nelze vyplnit výlučně popíjením lihovin, a rozhodl se, že pro svou rodinu zakoupí za 20 000 Kč televizor značky Sony i s předplacenou satelitní kartou. Využívá reklamní nabídky „za desetinu Sony máš hned celé Sony“. Zjistěte, za jakou sazbu RPSN si Pepa Sony zakoupil. Nabídka „Sony“ znamená, že zaplatí desetinu ihned a následně deset měsíčních splátek o velikosti desetin původní ceny.

Postup řešení:

- Klasický výpočet roční procentní sazby nákladů (RPSN), předpokládáme první splátku ihned a další splátku vždy po jednom měsíci.
- Nutno využít Excel, lze použít například funkce Hledání řešení či Řešitel (jedná se o řešení polynomické rovnice stupně 10, což je analyticky velmi zdoluhavé). Řešení bylo publikováno ve sborníku konference v Litomyšli v roce 2007.

Řešení:

- Docházíme k hodnotě 1,963 % měsíčně (p.m.), což s využitím vztahu $(1+i)^j$ odpovídá 26,3 % ročně (p.a.). Všimněme si, že přestože splácíme pouze o 10 % půjčené částky navíc (1 + 10 splátek), úroková sazba opravdu není 10 % (protože některé splátky jsou vlastně půjčkami jen na jeden, dva, tři atd. měsíce).

Závěr druhého příběhu: Spotřebitelský úvěr je poměrně drahý, vyšší, než za kolik by si Pepa půjčil v bance.

PŘÍBĚH TŘETÍ: ZDROJE JSOU (OMEZENÉ)

Po několika měsících Pepovi v souladu se zákonem přestali vyplácet podporu v nezaměstnanosti. Pepa se rozhodl, že kvůli chybějícím prostředkům přestane splácet televizor. Zjistěte, po kolika měsících se tak stalo, a na kolik narostla po roce od okamžiku ukončení vyplácení podpory dlužná částka, jestliže si firma účtuje vedle 2% měsíční úrokové sazby ještě penále 10 % za každý započatý měsíc, čehož si Pepa v poznámce psané velikostí písma 4 nevíšiml. (Pozn.: Existují nebankovní společnosti, které půjčují za ještě nevýhodnějších podmínek než společnosti poskytující spotřebitelské úvěry.)

Postup řešení:

- Zjistíme, za jak dlouho Pepa s ohledem na svůj věk (40 let) ztratí nárok na podporu v nezaměstnanosti.
- Dlužnou částku opět zjistíme pomocí Excelu: přestal splácet po 5 měsících, kdy zbývalo splatit cca 12 000 Kč. Každý měsíc přitom měl uhradit 2 000 Kč splátku, z nesplacené částky nabíhalo penále.

Řešení:

- Čtyřicetiletý nezaměstnaný ztratí nárok na podporu po 5 měsících od ztráty zaměstnání (nezaměstnaný ve věku 50–55 let za 8 měsíců, ve věku nad 55 let za 11 měsíců).
- Celková dlužná částka po roce od nesplacení je 32 060 Kč.

Závěr třetího příběhu: Přestože Pepa splácel polovinu doby, jeho dluh po roce od ukončení vyplácení podpory výrazně (o více než o polovinu) přesáhl původní cenu televizoru. Smlouvy je třeba číst včetně poznámek malým písmem, bývají nejdůležitější.

PŘÍBĚH ČTVRTÝ: TELEVIZE JE PRYČ, DLUHY ZŮSTALY

Věřitelé čekali další rok na Pepovy platby, které ale stále nepřicházely. Po celkem dvou letech od počátku nesplacení jim došla s Pepovým přístupem trpělivost a podali návrh na exekuci. Předtím Pepu vyzvali, aby uzavřel splátkový kalendář

nebo situaci nějak jinak řešil. Pepa nereagoval, takže jednoho pochmurného podzimního dne exekutor skutečně přišel. Sebral Pepovi televizi, ale protože Pepa nic dalšího neměl, z výnosu z prodeje televize (10 000 Kč) pokryl jen malou část pohledávky věřitele, o exekučních nákladech (5 000 Kč) nemluvě. Protože se dětem spolužáci smějí, že přišly o televizi, přestaly děti chodit do školy úplně. Zjistěte, kolik dluhů Pepovi zbylo.

Postup řešení:

- Vypočteme, jak se navýší dlužná částka (výsledek předchozího příběhu) 32 060 Kč za 1 rok, jestliže uvažujeme 2% měsíční sazbu pro řádné splácení a 10% měsíční penále.
- Odečteme částku za prodej televizoru.

Řešení:

- Z 32 060 Kč dluhu po roce od nesplácení půjčky vzrostl dluh za 1 rok při 12% měsíční úrokové sazbě (2 % řádný dluh a 10 % penále) na 124 904 Kč.
- Z prodeje televizoru za 10 000 Kč byly pokryty exekuční náklady 5 000 Kč a splátka závazku také 5 000 Kč. Na účtě Pepových dluhů zbylo 119 904 Kč.

Závěr čtvrtého příběhu: Pepa se dostal do prakticky neřešitelné situace.

PŘÍBĚH PÁTÝ: DOŽIVOTÍ

Exekutor postihl Pepovy příjmy. Pepa sedí doma, a přemýšlí, co bude dělat dál. Protože dlouholetý kolega od soustruhu ve firmě, kde Pepa dříve pracoval, pozitivně namotivoval svého lékaře a odešel do invalidního důchodu, ve firmě se rozhodli, že Pepu opět přijmou. Nabízejí mu mzdu, kterou kdysi měl. Zjistěte, zda se Pepovi vyplatí nabídku přijmout.

Postup řešení:

- Zjistěte nezabavitelnou částku ze mzdy a vypočtete čistý Pepův příjem ve variantě zaměstnání přijmout a ve variantě zaměstnání nepřijmout.

Řešení:

- Z čisté mzdy 16 338 Kč, kterou by Pepa pobíral, může být dle platné legislativy zabaveno 5 943 Kč, zbytek je s ohledem na počet dětí částkou nezabavitelnou. Pepovi by tedy zůstala částka 10 395 Kč. Měsíčně by utratil 1 000 Kč za dopravu a navíc by přišel o řadu sociálních dávek. Stejná částka by tedy Pepovi zůstala, i kdyby seděl doma, a ještě ušetří za dopravu.
- Částkou 5 943 Kč měsíčně navíc svůj dluh nikdy neumorí, neboť měsíčně se mu částka k zaplacení zvyšuje o 14 988 Kč.

*Závěr pátého příběhu: Na počátku bylo slovo, a to slovo bylo **výhodná půjčka**. Pepa byl odsouzen k doživotní nezaměstnanosti, neboť práce by se mu nevyplatila. K zahálčivému životu vedl své dvě děti, které již dávno nechodí do školy a vzpomínají, že ve škole bývala i legrace. Vznikají nemalé národohospodářské škody, neboť jeden člověk (a možná i jeho děti) je de facto vyřazen z ekonomické aktivity.*

ZÁVĚR

Na příběhu Pepy vidíme, že i malá půjčka může způsobit velké problémy. Je třeba při půjčce počítat RPSN a porovnávat různé druhy půjček. Při restrukturalizaci dluhu je třeba značné obezřetnosti. Je třeba pozorně číst podmínky, i ty psané malým písmem. Předkládaný příběh je z hlediska řešení na pomezí matematiky, občanské výchovy a informatiky (prosadí se někdy skutečný interdisciplinární přístup k výuce?).

P. S.

Když šel Pepa jednoho zimního dne jako obvykle za svítání z hospody, zakopl, rozbil si hlavu, upadl do bezvědomí a nedlouho poté se odebral na věčný odpočinek.

Nad Litvínovem začalo drobně sněžit.

MATEMATICKÁ KULTURA, MATEMATICKÁ GRAMOTNOST A KRIZE ŠKOLY

František Kuřina

1 ÚVOD

Jestliže jsem souhlasil s tím, že vystoupím v Litomyšli 2009, nebylo to motivováno tím, že já *vím, jak učit matematiku*, a vy to nevíte. Je to spíše naopak. Vy, kteří učíte pár let, víte *jak děti učit* jistě lépe než já. Cílem mého vystoupení je zamyslet se nad některými problémy a rysy současné školy, která, zdá se mi, vykazuje prvky určité krize, možná při každodenním plnění povinností sotva vnímané. Chci se spolu s vámi zamyslet nad některými obecnými otázkami souvisejícími se vzděláváním a přiměje-li vás to k reflexi nad vlastní prací, budu spokojen.

Každý učitel by měl mít svůj rozum, své přesvědčení, které rozhoduje o výsledcích jeho práce, o jeho pozici ve třídě, o jeho autoritě a spokojenosti u žáků a jejich rodičů, ale také o jeho radosti z vlastních úspěchů a výsledků vlastní práce.

Srdečně děkuji Hance Liškové za pozvání k vystoupení na naší konferenci.

2 MATEMATICKÁ KULTURA A MATEMATICKÁ GRAMOTNOST

Uvedme problematiku dvěma příklady.

Příklad 1. *Sečtěte*

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{16}.$$

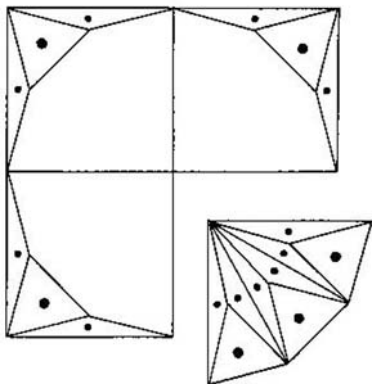
Žák, který počítá podle pravidel pro sčítání zlomků

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3 \cdot 16 + 1 \cdot 8}{8 \cdot 16} = \frac{48 + 8}{128} = \frac{56}{128} = \frac{7}{16},$$

má jistě nižší matematickou kulturu, než žák, který vidí výsledek přímo:

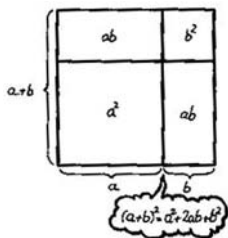
$$\frac{3}{8} + \frac{1}{16} = \frac{6}{16} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}.$$

Příklad 2. *Vypočítejte obsah pravidelného dvanáctiúhelníku vepsaného do kružnice poloměru r .*

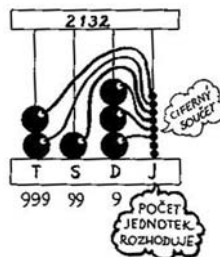


Obr. 4

pravidel pro dělitelnost (např. devíti) by nemělo být zahaleno jen do algebraického hávu, patrně některým studentům nesrozumitelného, ale mělo by být demonstrováno i na řádovém počítadle. Na obr. 6 je tímto způsobem znázorněna idea důkazu dělitelnosti devíti.



Obr. 5



Obr. 6

V roce 1999 vydala americká autorka čínského původu *Liping Ma* knihu *Poznávání a vyučování elementární matematiky*, v níž srovnává „kulturní“ úroveň amerických a čínských učitelů matematiky. Uvedme zde aspoň jednu ze čtyř úloh, které rozebírá.

Příklad 3 ([10, s. 55]) Vypočítejte $1\frac{3}{4} : \frac{1}{2} =$. Vymyslete slovní úlohu nebo příběh, jehož řešení by vedlo k uvedenému výpočtu.

Mimochodem poznamenávám, že ačkoliv 100 % čínských učitelů výpočet provedlo, podařilo se to jen 43 % amerických učitelů. Vhodný příběh uvedlo 5 % učitelů amerických, ale 90 % učitelů čínských (údaje se týkají zkoumaných skupin učitelů, nikoliv celkového počtu učitelů v USA nebo v Číně). Ve skupině našich učitelů, kteří úlohu řešili, našlo vhodnou reálnou situaci 35 % kolegů.

Skutečnost, že neúspěch při hledání interpretace daného výpočtu doprovázela např. vyjádření

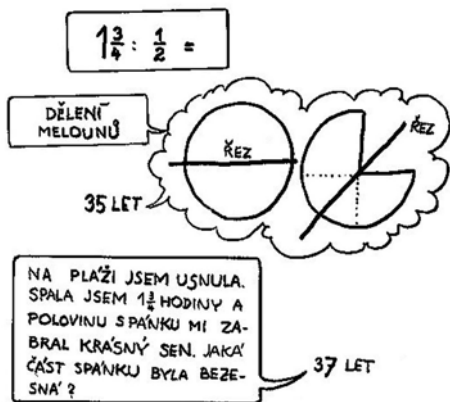
- *nic mě nenapadá,*
- *nevím,*
- *tohle nevymyslím,*
- *na tuto úlohu nemám dostatečnou fantazii*

prozrazuje nedostatečné porozumění matematice či jejímu jazyku, neboť každá smysluplná interpretace výrokové formy $c : b = a$ ($b \neq 0$) je i interpretací výrokové formy $ab = c$ ($b \neq 0$) a nezáleží na tom, jsou-li čísla b, c přirozená nebo racionální. V této úloze tedy nejde vůbec o mimořádnou invenci či fantazii.

Snad nás Lékařská komora ochrání před špatně vzdělanými doktory, jak vtipně glosuje Jiří Slíva na obr. 7 [15, s. 36], Jednota českých matematiků a fyziků nás jistě neochrání před špatně vzdělanými učiteli. Že takoví učitelé u nás jsou, doložíme obrázkem 8. Učitel po 35 letech a učitelka po 37 letech praxe interpretují dělení polovinou jako dělení na poloviny. Student s ležérním přístupem k jazyku patrně takového „jemnosti“ nepostihne, učitel by však takto negramotný být neměl. Možná, že tento nedostatek souvisí s postřehem Dominika Dvořáka, že *problematika obsahu vzdělání nestojí v centru pozornosti učitelů praktiků. Ani úkol vytvořit vlastní školní kurikulum na tom, zdá se, mnoho nezměnil. Prioritu mají témata jako kázeň ve třídě nebo relativně univerzální „inovativní“ metody* [1, s. 17]. Není to snad náznak jisté krize školy?



Lékařská komora požaduje ostřejší sankce pro pedagogy, kteří záměrně dezinformují při výuce studenty medicíny.



Obr. 7

Obr. 8

Vraťme se k termínu *kultura*, který jsme uvedli v nadpisu.

Právě tak, jako nelze definovat matematiku a nelze definovat kulturu, nemůžeme a nechceme se ani pokoušet vymezit pojem *matematická kultura*. Pokusme se však zdůraznit ty aspekty, které vyjadřují naše vnímání těchto slov. Jsme si vědomi toho, že slovo *kultura* znamená *po staletí vrstvenou moudrost* [12, s. 27] a chceme to respektovat. Stanislav Komárek dokonce uvádí, že lidská kultura a její projevy představuje nejspíše cosi jako *pokračování evoluce jinými prostředky* [5, s. 197].

O matematické kultuře můžeme mluvit na různých úrovních. Jistě je jiná matematická kultura maturanta a jiná matematická kultura technika a ty jsou patrně jiné než matematická kultura tvůrčího matematika. Já chápu termín *matematická kultura* ve smyslu *dobrá matematika* podle Terence Tao [17], tedy dobré matematické řešení problémů, dobrá matematická technika, dobré matematické aplikace, pěstování matematického vhledu, tvořivosti a krásy matematiky. Podrobnější pohled na tuto problematiku je zpracován v článku [8]. Pěstovat matematickou kulturu znamená učit vidět kořeny matematiky v realitě (v přírodě a ve společnosti), poznávat svěbytný svět matematických pojmů, rozumět mu a umět ho aplikovat „kultivované“ a správně na řešení otázek života. Je tedy zřejmé, že pěstování matematické kultury má blízko k rozvíjení matematických kompetencí, tedy k problematice, k níž se ještě vrátíme.

Počátkem rozvoje matematické kultury žáků je pěstování jejich *matematické gramotnosti*, tedy dobrého fungování matematiky, kterou se učí. Je to v souladu i s původním významem termínu gramotnost, jak ho uvádí Otto Obst: gramotnost chápeme jako *schopnost kódovat a dekódovat význam kterékoliv reprezentace užívané kulturou k předávání nebo vyjadřování významů, tedy nejen umět čísla psát, ale také rozumět např. hudbě, filmu, obrázku, ...* [3, s. 70].

Matematická gramotnost tedy spočívá v porozumění matematice a v dovednosti umět ji použít.

V souladu s publikací [16] navrhuji přijmout následující stanovisko k pojmu matematická gramotnost.

Matematickou gramotností na úrovni n-té třídy k-tého stupně školy rozumíme

- *schopnost porozumět matematickému textu (slovnímu, symbolickému nebo obrázkovému),*
- *schopnost vybavovat si potřebné matematické pojmy, postupy a teorie,*
- *dovednost řešit úlohy, které nemají problémový charakter.*

K řešení úloh problémového charakteru je třeba určitá míra tvořivosti, která představuje vyšší úroveň matematické kultury. Tato úroveň nemůže být požadována od celé populace. Základní matematickou gramotnost by ovšem měl dosáhnout každý absolvent příslušného typu školy. Pěstování matematické gramotnosti je nejdůležitější vzdělávací úkol každého stupně školy.

Stručně lze matematickou gramotnost shrnout do hesla:

rozumět a umět použít

to učivo příslušného ročníku, které je *základní*.

Má-li škola plnit své společenské úkoly, musí být rozsah a úroveň zvládnutí učiva, které tvoří matematickou gramotnost příslušné třídy, relativně přesně stanoveno. Potíž je přirozeně v tom, že všechna kritéria, která přicházejí v úvahu, jsou „měkká“ – kterou úlohu např. už považovat na problémovou, a kterou ještě ne? Proto se dá stěží úroveň matematické gramotnosti jednoduše testovat. Jediným oprávněným „rozhodčím“ může být v tomto směru učitel příslušné třídy, který může posoudit matematickou gramotnost žáka na základě práce s ním po delší úsek školní docházky.

3 KOMPETENCE A ŠKOLA

V článku *Didaktická transformace obsahu a školská praxe* jsem připomněl, že matematika je *konstruovaná realita* a část pedagogiky je *konstruovaná pseudo-realista* [7, s. 71]. Jak tomu máme rozumět? Matematické pojmy a věty, definice a důkazy jsou myšlenkové konstrukce. Pojmy, jako např. *číslo, poměr, rovnice, bod, přímka, rovina, ...* neexistují v přírodě ani ve společnosti, jejich existence je zaručena bezesporností příslušné struktury. V tomto smyslu existují v matematické teorii, v myšlenkovém světě. Většina pedagogických pojmů má rovněž charakter myšlenkových konstrukcí, ale tyto pojmy se označují stejnými názvy jako pojmy našeho školního světa. To samozřejmě není nic nového a mnozí autoři na to explicitně poukazují. Pedagogika se zabývá především modelovým, vykonstruovaným světem, ačkoliv používá jazyka přirozeného, „naivního“. To je terminologie *Jana Potočky*, jak ji připomíná např. *Miriam Prokešová* [13, s. 286].

Pojetí klíčových kompetencí pro základní školu podle publikace [14] je typickou ukázkou pedagogické pseudoreality. Podle této publikace představují klíčové kompetence hlavní výstup základního vzdělání [14, s. 5]. Absolvent základní školy se nejen *orientuje v potřebách matky v těhotenství a uplatňuje osvojené způsoby odmítání návykových látek, uplatňuje i bezpečné a odpovědné chování sexuální* [14, s. 84]. Takový absolvent *je způsobilý organizovat a řídit své učení, vybírat a využívat pro vlastní učení efektivní způsoby, metody a strategie, je způsobilý samostatně a kriticky myslet, samostatně se rozhodovat, zvažovat důsledky svého rozhodnutí a nést za ně odpovědnost* [14, s. 32].

To vše se má odehrát podle Bílé knihy do roku 2010 [11, s. 8]. Máme tedy ještě rok k uskutečnění společnosti bez zločinů a drog, kde všichni absolventi základní školy budou mít předpoklady k vysokoškolskému studiu. Stěží lze uvěřit, že autoři mysleli citované dokumenty vážně. Škola je částí společnosti a je společností spoluutvářena. Byl by zázrak, aby ve společnosti prorostlé zločinem,

korupcí a protekcí mohla vyrůst „v střednědobém horizontu“ mládež s vlastnostmi formulovanými v kompetencích.

Přitom ovšem jsem přesvědčen, že škola má své významné místo v „občanské“ výchově, je to však proces dlouhodobý a je podstatně závislý na charakteru společnosti.

Vraťme se však k matematice.

Výsledky v matematickém vzdělávání u nás nejsou jistě uspokojivé. O tom se můžeme přesvědčit v mezinárodních srovnáních (např. podle publikace [18]), mohu to doložit i osobními zkušenostmi se studenty – budoucími učiteli.

Prohlédneme-li si očekávané kompetence v matematice ve vzdělávací oblasti [14, s. 43], zjistíme, že jejich naplnění je možné realizovat „velmi lacino“. Dokument nevyznívá tak, jak by podle mého názoru vyznít měl, tj. vést k tomu naučit s porozuměním matematiku v určitém, ústředně stanoveném, rozsahu. Doporučení přihlížet při vypracovávání školních vzdělávacích programů ke *konkrétním potřebám žáků a podmínkám škol* [14, s. 3] si můžeme vyložit různě. Jsem ovšem přesvědčen, že vyučování matematice musí vyústit v rozvíjení obecných kompetencí, obecné kompetence však nelze kultivovat bez dobrého vzdělávání v jednotlivých složkách matematiky.

Očekávanou kompetenci

„žák při řešení problému provede rozbor úlohy (popř. náčrt) a dovede se rozhodnout, zda zvolit pro řešení známý vhodný algoritmus nebo řešit úlohu úsudkem“ [14, s. 44]

může mít i ten, kdo nakreslí náčrt a rozhodne se pro určitý postup, aniž by měl potuchy o řešení úlohy.

Ani ve vzdělávání nemůžeme dostat nic zadarmo. Tak jako *neexistuje královská cesta ke geometrii* a tak jako *nejsou koláče bez práce, matematické kompetence nelze získat bez matematického řemesla, bez porozumění matematice a bez znalostí*. Matematické kompetence lze získat jen *prostřednictvím náročného studia matematiky*.

Je patrně typické, že dokumenty naší školské reformy znají práci jen v v souvislosti s materiálem, náradím a technologiemi. Já se naopak domnívám spolu s Václavem Jamkem, že *škola není místo, kde by dítě mělo získat co nejvíce vědomostí a přitom se pokud možno vůbec nenamáhat. Koncept školy hrou spíše žádá, aby škola využívala spontánní objevovací schopnosti dítěte a tak je k námaze motivovala, ne však, aby je veškeré námahy ušetřila. Škola bez námahy a pile není žádoucí: především ve škole si dítě může vštípit základní kulturu úsilí, která je v naší civilizaci potřebná. Požadovat výkon – a to výkon smysluplný – je jedna ze základních funkcí školy* [2, s. 184].

Matematickou kulturu, matematickou gramotnost a matematické kompetence nelze kultivovat nasloucháním, ale pouze dobře organizovanými matema-



Obr. 9

tickými činnostmi. Vzorem by nám tedy měl být Komenský z roku 1648, ne však Komenský z roku 1638 (obr. 9).

4 JE NAŠE ŠKOLA V KRIZI?

Proč je práce učitele dnes obtížnější, než byla v minulosti?

Sotva jsme se zbavili vůdčí úlohy strany v našem státě, jsme svědky *pro-růstání politických stran do všech jednotlivostí společnosti* [4]. Ani v oblasti tak výrazně zaměřené na budoucnost státu, v oblasti školství, nedokážeme zapojit odborníky, kteří by dokázali vidět objektivně možnosti a perspektivy vzdělávání mladé generace. Nejvyšší místa ve školství jsou obsazována nikoliv na základě odborných předpokladů, ale na základě partajních dohod a podle výsledků voleb tedy i krátkodobě. Nejde ovšem jen o místa ministrů, s decentralizací moci se analogické vlivy uplatňují i níže. *S. Komárek dokonce uvádí, že v Rakousku se po politické linii obsazovala i místa uklízeček. V takto strukturované společnosti pochopitelně píše a nadání nevedou k ničemu, konexe jsou vším* [4]. To je jedna, společenská stránka vzdělávací problematiky.

Druhá stránka souvisí s měnícími se pohledy na vědu. Stále více sílí vliv americké společnosti. Soudní spory o malichernosti i o zásadní otázky, bez jakékoliv možnosti o objektivní posouzení, jsou i u nás na denním pořádku. Ani to nemůže nemít vliv na školu. Dnes už není důležité, zda Honza rozbil okno či

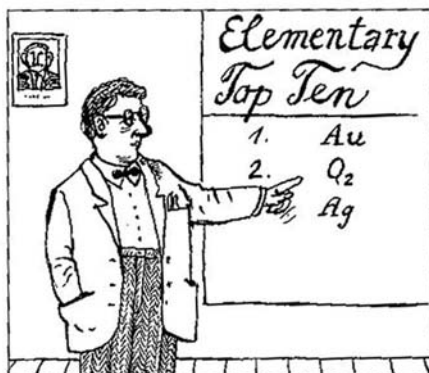
zda děkan fakulty opsal habilitační práci. Dnes je důležité, zda jim to můžete dokázat. Vzdělanost má tendenci rozštěpit se na *humanitní větev, která pozvolna splývá s pokřikujícím aktivismem a mediálním hlídačstvím* a na *větev přírodovědnou, která naopak splývá s technickým inženýringem, bez rozmyslu dělajícím vše, na co dostane peníze a co vůbec technicky lze* [4].

Všechno snažení milionů se upírá k tomu, aby v přetékajícím kotli slov a textů měly přístup k patřičným „zesilovačům“: masmediím, impaktovaným časopisům, aby textové vyhledávače našly jejich sdělení jako první. Rozšířená reprodukce textů plynně přechází v rozšířenou reprodukci žvástů, v níž to zajímavé a podstatné bude stejně špatně nalezitelné jako jeden čtyřlístek v lánu jetele [6].

Třetí stránka souvisí s pojetím vzdělání.

Veškeré jednání a myšlení člověka musí mít předmět [9, s. 40]. Škola nemá jinou důležitější úlohu, než učit jasnému myšlení, opatrnému úsudku, konsekventním závěrům (Nietzsche, [9, s. 45]). Právě proto, že každodenní život dokáže obrousit přesnost myšlení, jemuž se daří jen v pohodě, v relativně bezstarostné hře, lze přesnost s dobrým svědomím ve škole cvičit [9, s. 46]. Škola, která přestala být místem pohody, soustředění, kontemplace, přestala být školou. Stala se místem životní nutnosti. A v ní potom dominují projekty a praktika, zkušenosti a kontaktní sítě, exkurze a výlety. Času k přemýšlení se nedostává. . . Školy se stávají náhradou za rozpadávající se rodinu, posledním místem emocionální komunikace, preventivní institucí v oblasti drog a AIDS, . . . poskytovatelem sexuální a jiné osvěty, zařízeními na řešení problémů světa dospělých. . . [9, s. 44]. Odklon od myšlenky vzdělání se ukazuje nejzřetelněji v centrech vzdělání samotných. Pregnantním indikátorem toho je od jisté doby realizovaný přesun tzv. cílů vzdělání na schopnosti a kompetence. Ti, co vyhlášují schopnost týmové práce, flexibilitu a ochotu komunikovat za cíle vzdělávání, vědí, o čem mluví – mluví o suspendování jakékoliv individuality, jež byla kdysi adresátem i aktérem vzdělání [9, s. 50]. Nebylo snad v posledních letech vysoce moderní odsuzovat čtení, psaní, počítání a myšlení jako zastaralé schopnosti a nahrazovat je mediální kompetencí, týmovou prací, sociálním učením a připraveností komunikovat [9, s. 54]. Specifickou formou nevzdělanosti a chybějícího úsudku jsou žebříčky [9, s. 58]. A tak se horlivě a zcela libovolně sestavují pořadí – žebříčky advokátů, kardiologů, starých mládců, gymnázií, univerzit, hotelů, restaurací, mateřských školek, výzkumných ústavů, manažerů, bank, pojišťoven, krasavic a jejich chirurgů [9, s. 55]. Jiří Slíva paroduje způsobem sobě vlastním tyto nešvary např. v knize *Divné zprávy* [15] (obr. 10).

Je pozoruhodné, a patrně příznačné, jak se charakteristika vzdělávacích problémů rakouského vědce Konrada Paula Liessmanna hodí na realitu reformy inspirované u nás Bílou knihou [11]. Je otázka, zda nižší úroveň výsledků šetření TIMSS z roku 2007 [18] není již důsledkem téměř desetiletého působení idejí Bílé knihy s důrazem na klíčové kompetence a nové pojetí kurikula. Přitom se někdy zapomíná, že kompetence lze rozvíjet pouze na konkrétním učivu a jeho



V pravidelně zveřejňovaném žebříčku oblíbenosti chemických prvků se drží již několik týdnů na prvním místě zlato před kyslíkem a stříbrem.

Obr. 10

aplikacích. Prostor pro další rozvoj autonomie škol nemusí být vždy využit k prohloubení vzdělávací práce školy. Bylo hledání postsocialistické orientace našeho vzdělávacího systému zaměřeno správným směrem?

5 ZÁVĚRY

Doufejme, že nás nepostihne finanční a ekonomická krize příliš citelně. Postihuje nás však již řadu let *krize společenská*, jejímž důsledkem je deformovaný poměr části mládeže ke vzdělání (proč bych se učil, když lákavá místa se obsazují na základě konexí a korupce?). Další aktuální krizí je *krize vědecká*, v jejímž důsledku mají zelenou publikovatelné módní texty před texty usilujícími o hluboké poznání. Třetí krizí je *krize pedagogická*, v jejímž důsledku se rozvíjejí „hluboké“ pseudoteorie a faktické problémy školy řešíte ve skromných podmínkách vy na školách.

Závěr mého článku může být stěží optimistický.

Ale přece jenom: Snažme se dělat **pedagogiku konkrétního. Učit matematiku s porozuměním, zodpovědně a zajímavě.** Najdou se profese a místa ve společnosti, která dobrou matematiku ocení. Snažme se přesvědčit naše žáky, že matematika přispívá k porozumění světu. Snažme se vést žáky k tomu, aby rozpoznali *Co je co?* Aby viděli, kde jde o podvody a falše a kde o skutečné hodnoty. Nemyslím, že škola může změnit společnost. **Škola však může vést žáky ke kritickému myšlení, které přispívá k tomu, aby se dokázali zodpovědně rozhodovat.**

Příspěvek byl vypracován v rámci grantu GAČR 406/08/0710.

LITERATURA

- [1] Dvořák, D. Sociální a personální dimenze výzkumu didaktických znalostí obsahu. In *Metodologické problémy výzkumu didaktických znalostí obsahu*. Brno : Paido, 2008.
- [2] Jamek, V. *O patřičnosti v jazyce*. Praha : Nakladatelství Franze Kafky, 1998.
- [3] Kalous, Z., Obst, O. *Školní didaktika*. Praha : Portál, 2002.
- [4] Komárek, S. Dvacet let poté. *Lidové noviny*, 8. 8. 2009.
- [5] Komárek, S. *Příroda a kultura*. Praha : Academia, 2008.
- [6] Komárek, S. Slova, slova, slova. *Lidové noviny*, 25. 7. 2009.
- [7] Kuřina, F. Didaktická transformace obsahu a školská praxe. *Pedagogika*, 2009, roč. LIX, č. 3, s. 298–308.
- [8] Kuřina, F. Může být školská matematika matematikou dobrou? *Pokroky matematiky, fyziky, astronomie*, 2008, roč. 53, č. 4, s. 322–335.
- [9] Liessmann, K., P. *Teorie nevzdělanosti*. Praha : Academia, 2008.
- [10] Ma, L. *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. New Jersey : Lawrence Erlbaum, 1999.
- [11] *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice*. Bílá kniha, Praha : MŠMT, 2001.
- [12] Piřha, P. *Hledání učitele*. Praha : Pedagogická fakulta UK, 1996.
- [13] Prokešová, M Co neustále dlužíme J. Patočkovi aneb Patočkův přirozený svět a současná pedagogika. *Pedagogika*, 2008, č. 3.
- [14] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha : VÚP, 2002.
- [15] Slíva, J. *Divné zprávy*. Praha : Slávka Kopecká, 2009.
- [16] Straková, J. *Vědomosti a dovednosti*. Praha : DECD – PISA. ÚIV, 2002.
- [17] Tao, T. Co je dobrá matematika? *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 2008, roč. 53, č. 1, s. 22–35.
- [18] Tomášek, V. *Výzkum TIMSS 2007*. Praha : UIV, 2008.

POZNÁMKY K FINANČNÍ (A EKONOMICKÉ) GRAMOTNOSTI A K JEJÍM STYČNÝM PLOCHÁCH S MATEMATIKOU

Michal Skořepa

CO JE TO FINANČNÍ A EKONOMICKÁ GRAMOTNOST

Maximalistickou definici obou gramotností nabízí materiál „Systém budování FG v základních a středních školách“, který schválilo MŠMT, MF a MPO v prosinci 2007. Podle tohoto materiálu je finanční gramotnost

„soubor znalostí, dovedností a hodnotových postojů občana nezbytných k tomu, aby finančně zabezpečil sebe a svou rodinu v současné společnosti a aktivně vystupoval na trhu finančních produktů a služeb. Finančně gramotný občan se orientuje v problematice peněz a cen a je schopen odpovědně spravovat osobní/rodinný rozpočet, včetně správy finančních aktiv a finančních závazků s ohledem na měnící se životní situace.“

Ekonomická gramotnost navíc podle uvedeného materiálu zahrnuje např. schopnost zajistit si příjem, schopnost zvažovat důsledky osobních rozhodnutí na současný a budoucí příjem, orientaci na trhu pracovních příležitostí, schopnost rozhodovat o výdajích, znalost makroekonomických aspektů, orientaci v daňové problematice.

Mimo jiné v souvislosti s rychlým růstem zadlužení českých domácností a s finanční krizí je dnes finanční gramotnost velmi populárním tématem. Podle mého názoru je však stejně důležitá i celková ekonomická gramotnost: jediné ekonomicky gramotní lidé můžou racionálně zhodnotit například volební programy různých politických stran v oblasti hospodaření veřejných rozpočtů, daní, penzí, zdravotnictví, sociální podpory atd.

Vedle výše uvedené maximalistické definice finanční a ekonomické gramotnosti já osobně rád používám následující minimalistickou definici: ekonomická gramotnost je především znalost základních pravidel ekonomického, „selského“ uvažování (závislost ceny na nabídce a poptávce, vliv reklamy, nebezpečí napjatého rozpočtu, nutnost rozumět smlouvám, při čerpání dluhu se dívat na správný ukazatel jeho nákladnosti atd.). Finanční gramotnost je každopádně

součástí ekonomické gramotnosti, je to ekonomická gramotnost konkrétně v oblasti financí.

Nejde tedy primárně o pojmy nebo čísla (toto si lze kdykoli zjistit na internetu), jde o principy uvažování. Nabídka finančních služeb je totiž dnes již tak rozsáhlá a tak rychle se mění, že škola má šanci dát žákům znalost jen těch nejzákladnějších pojmů a pravidel racionálního chování na finančním trhu. Je pak už na každém, jestli dokáže tyto znalosti uplatnit v konkrétních situacích, ve kterých se ocitne. Rád to přirovnávám k přírodopisu: tak jako se například učíme reflex, že muchomůrka je jedna z nejhezčích, ale také nejnebezpečnějších hub, měli bychom se například učit, že ty nejlákavější nabídky na finančním trhu jsou často ty nejnebezpečnější.

Této základní filozofie se drží i dvojice pracovních sešitů „Finanční a ekonomická gramotnost“ 1 a 2 (dále jen pracovní sešity FEG 1 a 2), které jsme já a moje žena sestavili (podrobnosti viz níže). Pracovní sešity sice na mnoha místech vedou žáky k pochopení určitých pojmů a ke zjišťování konkrétních čísel, to vše jsou ale jen prostředky použité k tomu, aby se žáci naučili zásady správného ekonomického myšlení a chování. Důraz je nikoli na pojmy a údaje, nýbrž na přemýšlení, na argumenty. Pro zdůraznění těch nejdůležitějších myšlenek jsou tam i veršované slogany:

- Zaplatil jsem kreditkou, a teď mě ten dluh mrzí, zapomněl jsem že ho musím splatit velmi brzy. (riziko kreditních karet)
- RPSN, jasná zpráva, nad třicet jen blázen dává. (problém vysokých úrokových sazeb)
- Je-li čas fixace krátký, hrozí ti vysoké splátky. (riziko krátké fixace)
- Státní dluhy vzhůru letí? Odskáčou to tvoje děti! (problém zadlužování veřejných rozpočtů)
- Máš plat malý? Hodně dluhů? Nikdo půjčit nechce? Není divné, že najednou někdo půjčí lehce? (riziko lákavých nabídek)
- Inlace? Ach, to je smutné, kus výnosu tvého slupne. (problém dopadů inflace)
- Historie zisků bývá velmi málo spolehlivá. (problém zaměření pouze na minulé výsledky)
- Nízká cena, velká sleva – výhodné, až člověk kouká? Pozor, pozor! Ptej se firmy: Odkudpak to vítr fouká? (opět riziko lákavých nabídek)
- Řada reklam něco praví. Jiné jenom matou hlavy. (problém zavádějící reklamy)
- Trh ať sám si určí ceny, nebo začne dělat scény. (riziko ekonomické regulace)
- Chceš něco získat v tržním reji? Sám nabídni, co jiní chtějí! (princip fungování trhu)

- Spravuj kola, maluj děti, dělej to, co dobře jde ti. (princip specializace)
- Tam kde dělá každý vše, bída klepe na chýše. (výhody dělby práce)
- Tam kde lidi rádi kradou chleba, housky, rohlíky, pekařů je velmi brzo nedostatek veliký. (problém nedostatečné ochrany vlastnictví)



PROČ UČIT FINANČNÍ A EKONOMICKÁ TÉMATA UŽ VE ŠKOLE

Ekonomicky gramotná by jistě měla být celá populace a zejména dospělí, kteří už mají z právního hlediska možnost dělat skutečná ekonomická rozhodnutí. Bohužel jakmile člověk opustí školní škamna, možnost zvýšit jeho ekonomickou gramotnost dramaticky klesá (ukazují to i zkušenosti ze zemí, kde je ekonomické vzdělávání dál než u nás). Přimět pracující lidi nebo důchodce, aby se účastnili seminářů nebo aby sledovali vzdělávací cykly v médiích, je velmi těžké. Naproti tomu ve školách je možné posílit ekonomické vzdělání velmi efektivně.

A v rámci školního systému je dobré se zaměřit už na základní školu: valná většina žáků sice pokračuje ve svém vzdělávání na střední škole, ale právě ti, kteří jsou do praxe hned po získání základního vzdělání, patří z ekonomického a sociálního hlediska mezi nejrizikovější vrstvy obyvatel. A navíc: dnes existují finanční produkty, u kterých dělají skutečná rozhodnutí už i osmiletí „klienti“.

Zatímco přírodopis je předmět, jehož obsah – příroda – existuje kolem nás odnepaměti, ekonomický systém se v poslední době dramaticky rozrostl, zkomplikoval a do životů lidí na celém světě zasahuje mnohem víc než třeba před nějakými dvěma stoletími. Navíc konkrétně v Česku funguje ekonomika podle pravidel standardního kapitalismu vlastně teprve pár let. Není proto divu, že

vzdělávání učitelů na tento rychlý vývoj zatím reagovalo jen částečně. Česká národní banka proto postupně po celé ČR pořádá ve spolupráci s regionálními institucemi DVPP semináře finanční gramotnosti pro učitele. Dosud proběhlo kolem 30 seminářů. Úplný seznam termínů a míst konání seminářů je vyvěšen a neustále aktualizován na stránkách ČNB: www.cnb.cz/financnigramotnost.

UMÍSTĚNÍ TÉMATIKY V RVP

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání umístil všechna finanční a ekonomická témata do vzdělávací oblasti „Člověk a společnost“ a v jejím rámci do vzdělávacího oboru „Výchova k občanství“, konkrétně do tematického okruhu „Stát a hospodářství“.

Už nyní jsou školy povinné v rámci Výchovy k občanství učit následující témata z oblasti ekonomické gramotnosti:

- hmotné a duševní vlastnictví,
- hospodaření s penězi, majetkem a různými formami vlastnictví,
- funkce a podoby peněz,
- formy placení,
- rozpočet rodiny, státu,
- význam daní,
- výroba, obchod, služby – jejich funkce a návaznost,
- nabídka, poptávka, trh,
- nejčastější právní formy podnikání.

Je tedy zřejmé, že značná část ekonomické a finanční gramotnosti je už nyní povinnou součástí výuky. Otázkou je pouze to, zda učitelé mají pro tuto výuku potřebné znalosti a zda mají v ruce vhodné učební materiály.

MŠMT v rámci výše zmíněného materiálu z konce roku 2007 oznámilo, že uvedený soupis povinných témat bude v nejbližších letech rozšířen o tato témata:

- nástroje hotovostního a bezhotovostního placení,
- tvorba ceny jako součet nákladů, zisku a DPH,
- vliv nabídky a poptávky na tvorbu ceny a její změny,
- vliv inflace na hodnotu peněz,
- rozpočet domácnosti, typy rozpočtu, jejich odlišnosti; hlavní příjmy a výdaje domácnosti, pravidelné a jednorázové příjmy a výdaje; princip vyrovnaného, schodkového a přebytkového rozpočtu,
- základní práva spotřebitelů; jak se bránit v případě porušení práv spotřebitele,
- služby bank, aktivní a pasivní operace,
- pojištění,

- úročení; úrok placený a přijatý,
- debetní a kreditní platební karta,
- spotřeba, úspory, investice,
- úvěry, splátkový prodej, leasing.

Pracovní sešity FEG 1 a 2 vyšly až v létě 2008, takže se do nich naštěstí podařilo zapracovat látku dnes už povinnou i tu, která bude do RVP teprve doplněna.

VÝZNAM VHODNÝCH DIDAKTICKÝCH METOD

Z výše uvedeného je zřejmé, že finanční a ekonomická gramotnost obsahuje řadu poměrně obtížných, zdánlivě abstraktních témat. Pokud chceme, aby žáky výuka zaujala, klasický frontální výklad učitele před tabulí by měl mít poměrně malou roli. Je nutno využívat především interaktivní a na praxi zaměřený přístup. Nabízí se (a v sešitech FEG 1 a 2 je pokud možno využita) řada metod, z nichž zejména dvě poslední jsou vysoce relevantní i pro učitele matematiky:

- celotřídní řízené debaty/experimenty/hry/soutěže
- hledání na internetu
- ankety/reportáže s pomocí mobilů/kamer
- exkurze do terénu (firmy, banky, poradny, úřady, ...)
- zapojení rodičů (vedlejší efektem může být propašování učiva k dospělým)
- tvorba a přednášení miniprezentací na dané téma
- výpočty s využitím reálných dat
- vyjádření výsledků grafem

STYČNÉ PLOCHY EKONOMICKÉ (VČETNĚ FINANČNÍ) GRAMOTNOSTI A MATEMATIKY

Aniž bych chtěl učitelům matematiky jakkoli radit, co nebo jak mají učit, pokusím se nyní z pozice praktického ekonoma popsat, které konkrétní matematické nástroje podle mého názoru nacházejí nejčastěji uplatnění v situacích z oblasti ekonomické a finanční gramotnosti. Naše zkušenost ze seminářů finanční gramotnosti pro učitele je, že většina učitelů oceňuje, jsou-li věcné informace ihned doprovázeny inspirací, jak dané učivo pojmout přímo při výuce. K jednotlivým nástrojům proto tedy ihned připojuji informace o tom, jak nebo kde (číslo činnosti) se daný matematický nástroj objevuje v pracovních sešitech FEG 1 a 2 nebo která činnost aspoň míří daným směrem, takže ji lze využít jako odrazový můstek pro výuku daného nástroje v daném konkrétním ekonomickém nebo finančním kontextu.

(1) JEDNODUCHÉ ÚROKOVÁNÍ

- Role roční úrokové míry při finančním rozhodování: jednotkový výnos z investice (FEG 6.5), jednotková cena dluhu (FEG 6.12)
- Roční úroková míra může být nulová nebo záporná (FEG 6.5)
- Porovnání s roční mírou výnosu akcií na BCPP (FEG 6.6)
- Poplatky na začátku a v průběhu, RPSN (FEG 6.12)
- Převod měsíční úrokové míry u kreditní karty na roční (trojčlenka)
- Je výhodnější úvěr přes kreditní kartu (bezúročné období, následně roční úroková míra) nebo standardní úvěr (roční úroková míra nižší ale od začátku)?
- Je výhodnější 15R hypotéka s plnou (tj. 15R) fixací vs. s 3R fixací (za předpokladu určitého budoucího vývoje úrokových měr)?

(2) ČETNOST, RELATIVNÍ ČETNOST, PRAVDĚPODOBNOST

- Např. „hra na pojišťovnu“ (FEG 6.3) založená na házení kostkou: polovina třídy odevzdává příjmy do pojišťovny, druhá nikoli

1–3 (4–6)	...	pojistná událost nenastala (nastala)
1–3 (4–6)	...	nastala ve skupině pojištěných (nepojištěných)
X, Y	...	postižen je dům č. Y v podskupině č. X
- Odehrajme sérii 10 období: $\rightarrow$ (relat.) četnost pojistných událostí v nepojištěné skupině? atd.
- Předpokládejme sérii 100 období: $\rightarrow$ oček. (rel.) četnost poj. událostí v nepoj. skupině? atd.

(3) PROCENTA: VYJÁDŘENÍ STRUKTURY CELKU

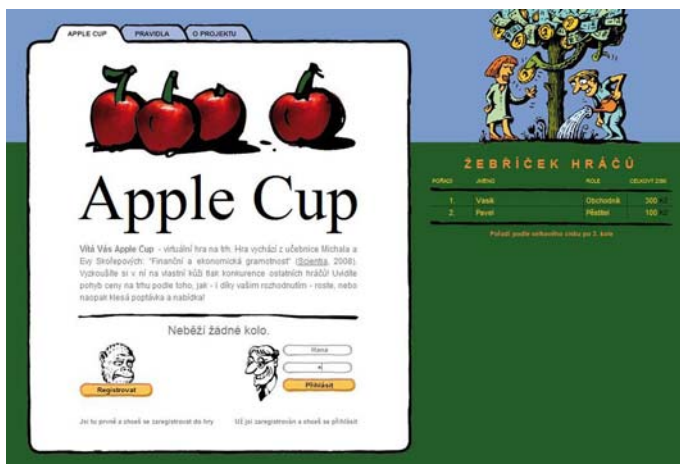
- Struktura domácností podle vlastnictví bydlení (FEG 1.11)
- Struktura zaměstnanosti (FEG 2.5)
- Struktura příjemců důchodů a sociálních dávek (FEG 7.11 a 7.12)
- Rozklad celkové ceny na daň, náklady a zisk (FEG 7.3)
- Porovnání struktury dvou celků (ČR vs. Francie – FEG 1.11)

(4) PROCENTA: VYJÁDŘENÍ PŘÍRŮSTKU V ČASE

- Přírůstek výdělků v čase (FEG 6.7)
- Přírůstek hodnoty investice (FEG 6.9)
- Index cenové hladiny; inflace = přírůstek tohoto indexu (FEG 6.7)
- Výpočet reálného přírůstku výdělků (FEG 6.7, 6.9, 6.10)

(5) ARITMETICKÝ PRŮMĚR (VÁŽENÝ)

- Např. hra na trh (FEG 4.1), kde pěstitelé nabízejí jablka za různé ceny a obchodníci volí, kolik jablek koupí od různých pěstitelů
- Průměrná tržní cena jako vážený aritmetický průměr
- Dvě cesty (přes všechny pěstitele vs. přes všechny obchodníky)
- Dělitelnost (kolik jablek si lze koupit za částku 300 Kč, pokud jedno jablko stojí 11 Kč)
- Existuje i virtuální verze pro školní učebny (průměr počítá systém)
... zdarma ke stažení na <http://www.cse.cz/hranatrh>



- Index spotřebitelských cen jako vážený aritmetický průměr jednotlivých cen (FEG 8.2)

(6) DĚLITELNOST

- Např. hra na pravěké a středověké tržiště (FEG 5.1)

pytlík hrachu	= 1 podkova	(2 groše)
pecen chleba	= 2 pytlíky hrachu	(4 groše)
hrnek	= 1 pecen chleba	(4 groše)
hrábě	= 1 hrnek	(4 groše)
slepice	= 1 hrábě	(4 groše)
kožešina	= 1 podkova + 1 hrnek	(6 grošů)

- Jeden ze základních přínosů peněz: účetní jednotka (hodnota kožešiny není dělitelná hodnotou hrnku, ale hodnota každého zboží je dělitelná hodnotou jedné koruny (groše))

V mnoha z uvedených témat přichází ke slovu také další matematické nástroje, jako je zobrazení vhodným grafem (sloupcový vs. koláčový vs. sloupcový kumulativní vs. čárový...), zaokrouhlení, zjištění dat, atd.

DOPLŇUJÍCÍ INFORMACE K PRACOVNÍM SEŠITŮ FEG 1 A 2

V minulosti jsem se opakovaně dozvídal, že výuka finančních a ekonomických témat je na školách bolavé místo, které se učitelé snaží přeskočit. Žáky to nebaví a učitelé samotní o ekonomických věcech mnohdy moc nevědí.

Na druhé straně právě v posledních letech prudce roste potřeba, aby se mladí lidé dokázali v ekonomických a finančních otázkách zorientovat jako začínající střadatelé nebo dlužníci. Coby dlouholetý člen vedení České společnosti ekonomické jsem proto hledal způsob, jak výuce v této oblasti pomoci. Zvažoval jsem různé tematicky zaměřené semináře, brožurky, soutěže a podobně. Má žena, znalá situace ve školství, mě ale vyvedla z omylu: to všechno jsou hezké bonusy pro učitele–nadšence. Pro ostatní učitele, kteří nemají tolik síly a času vymýšlet, jak by šlo tyto bonusy do výuky vsunout, by zdaleka nejefektivnější byly plnohodnotné, samonosné pracovní sešity, podle kterých by učitel mohl zcela normálně celou danou tematickou oblast odučit.

Tak vznikla dvojice pracovních sešitů „Finanční a ekonomická gramotnost 1“ a „Finanční a ekonomická gramotnost 2“, kterou jsem napsal spolu se svou ženou a která vyšla v roce 2008 v nakladatelství Scientia. Oba pracovní sešity jsou v podstatě souhrnem řady praktických činností, tu a tam doplněných již výše citovanými krátkými veršovanými slogany, které úsměvnou formou zdůrazňují některé základní myšlenky. Tam kde je to nezbytné, jsou stručně vysvětleny základní pojmy a „teorie“.

Pro učitele je k dispozici doprovodný manuál, který obsahuje nejen činnosti z pracovních sešitů včetně námi navržených řešení těchto činností, ale také doplňující komentáře pro učitele. Tyto komentáře se snaží všechny odbornější pojmy a složitější úvahy vysvětlit učiteli tak, aby byl schopen všechna potřebná témata v oblasti finanční a ekonomické gramotnosti odučit i bez důkladného předchozího ekonomického vzdělání. Učitelé můžou posílit svou vlastní ekonomickou a finanční gramotnost a ujistit se, že/zda výuku těchto témat zvládnou, také skrze semináře spolupořádané ČNB (viz <http://www.cnb.cz/finacnigramotnost>).

PRACOVNÍ DÍLNY
A
PŘÍSPĚVKY V SEKCÍCH

PODNETNÉ ČINNOSTI S KALKULAČKOU VE VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

Jana Cachová

Cílem dílny bylo na základě vhodných ilustračních příkladů seznámit přítomné učitele se základními principy podnětného vyučování jako přístupu, který může pomoci rozvíjet matematickou gramotnost žáka. Učitelé byli dále informováni o záměrech experimentálního vyučování *Kalkulačky pro prvňáčky* a myšlenkou, že kalkulačky běžně používané od prvního ročníku pomáhají dětem lépe poznávat svět čísel, hlouběji je seznamovat se strukturou přirozených čísel, jejich vlastnostmi a vztahy, ale také jim otevírají nové obzory (např. desetinná a záporná čísla atd.). Pracovní část dílny byla zaměřena na úlohy s kalkulačkou pro žáky nižších ročníků 2. stupně ZŠ jako prostředku k upevnění a rozšíření jejich představ o struktuře čísel a jejich vlastnostech.

KALKULAČKY A MATEMATICKÁ GRAMOTNOST

Záměrem pracovní dílny, zaměřené na činnosti s kalkulačkami, bylo seznámit její účastníky s teoretickými východisky experimentální sondy *Od počítání na prstech ke kalkulačce*, která se začátkem letošního školního roku rozběhla v celkem pěti prvních třídách primární školy. Jelikož dílna stejně jako celá konference byla určena především učitelům druhého stupně základní školy a nižších ročníků víceletých gymnázií, zařadili jsme rovněž takové činnosti s kalkulačkou, které jsou určeny právě jejich žákům. Na základě ukázek jednotlivých činností s kalkulačkou se měli účastníci přesvědčit o tom, že podnětné činnosti s kalkulačkou je možné realizovat jak na prvním, tak i na druhém stupni základní školy. Chápeme-li matematickou kulturu žáka jako tzv. *dobrou matematiku* v duchu T. Taa (2008), tedy jako dobré řešení problémů, dobrou matematickou techniku, dobré matematické aplikace, pěstování matematického vhledu, tvořivosti, ale také třeba vnímání krásy matematiky, pak podnětné činnosti s kalkulačkami rozhodně mohou přispívat k jejímu pěstování – děti se více soustředí na samotnou podstatu problému, než na pomocné výpočty. Kalkulačky pomáhají žákům lépe vidět podstatu problému, podporují jejich samostatnost a hledání vlastních způsobů řešení. Jsem přesvědčena, že tomu tak může být již od útlého školního věku, tedy i od první třídy primární školy.

Počátkem rozvíjení dobré matematické kultury žáků je pěstování jejich matematické gramotnosti, tedy dobré fungování matematiky, kterou se učí. Aby školní vyučování správně rozvíjelo matematickou gramotnost žáka, musí vést žáka k hlubšímu porozumění matematice, nejen k pouhému odříkání vyloženého učiva. Takové vyučování pak rozvíjí matematiku v mysli dítěte, posouvá hranice jeho dosavadního poznání. Jednou z možných cest, jak toho dosáhnout, je podle mého názoru realizovat ve školní praxi tzv. podnětné vyučování (viz. blíže Stehlíková, Cachová, 2006). Podnětné vyučování je založeno na individuálním přístupu, záměrně se soustředí na vnitřní matematický svět žáka (tj. na jeho představy o pojmech, jeho porozumění souvislostem, pojmům a postupům, ale i schopnost aplikovat). Sleduje také změny v pojmotvorném procesu žáka a citlivě na ně reaguje. Jeho cílem je především vést žáky k budování správných představ, k porozumění a k aplikování.

PODĚTNÉ ČINNOSTI S KALKULAČKAMI NA 2. STUPNI ZŠ

- Jako možný námět, jak zapojit kalkulačku do vyučování matematice na druhém stupni, byla využita část projektu M. Kubínové (2002) *Počítáme jako staří Egypťané II*, sice rozklad čísel na navzájem různé kmenné zlomky – *vyjádřete postupně čísla 0,1; 0,2; 0,3; ...; 0,9 jako součet navzájem různých kmenných zlomků.*

Další náměty:

- *Zvolte trojčíslné číslo a napište je dvakrát za sebou. Vzniklé šesticiferné číslo vydělte postupně 7, 11 a 13.*

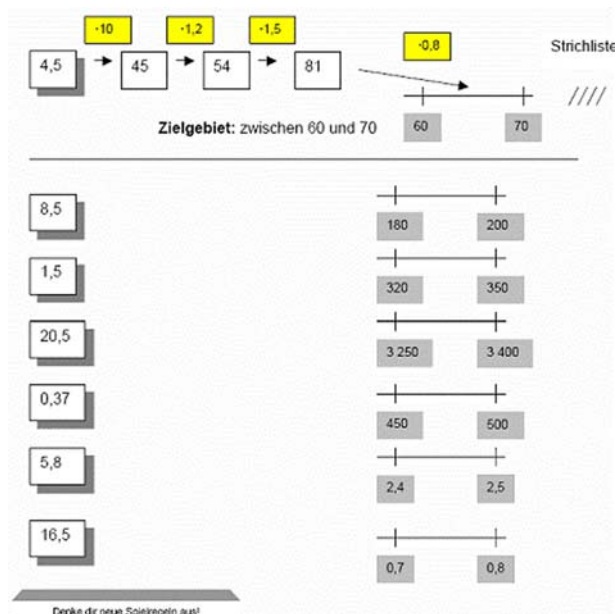
Co pozorujete? Vysvětlete proč? (Kuřina, F., 2009)

- Úlohy z webových stránek v němčině týkající se například překládání papíru, historických úloh na hledání největšího společného dělitele, úloh s figurálními čísly (<http://www.math.tu-dresden.de/did/schule/tr.5.6/>):

Přehni list papíru formátu A4 podél kratší strany na polovinu. Opakuj toto skládání (stále podél téže strany), dokud to půjde. Zapisuj přitom do tabulky, kolik listů bude po každém dalším přeložení ležet na sobě. Odhadni a vypočítej, jak vysoký bude sklad po pátém, desátém, dvacátém přeložení, pokud je tloušťka listu papíru 0,1 mm.

- Rovněž je možné na výše uvedených webových stránkách nalézt úlohy na různé podnětné hry s operacemi s celými, ale i desetinnými čísly a zlomky, jako např.:

Pětkrát po sobě provedeným násobením nebo dělením se od zadaného čísla trefit do cíle – daného číselného intervalu (viz obr. 1).



Obr. 1

Úlohy lze samozřejmě různým způsobem dále upravovat, aby je bylo možné použít podle aktuálních potřeb konkrétní třídy – např. zadání úlohy se podstatně ztíží, pokud operátory nebudou desetinná čísla, ale zlomky. Úlohy pak pomáhají hlouběji rozvíjet žákovské představy o číselných oborech, operacích a jejich vlastnostech.

OD POČÍTÁNÍ NA PRSTECH KE KALKULAČCE

Mnozí učitelé z praxe souhlasí s tím, že je možné kalkulačky na druhém stupni ZŠ ve vyučování matematice používat. Důležité ovšem je, jakým způsobem je ve vyučování uplatníme. Kalkulačky by neměly být chápány pouze jako technický prostředek, který *snadno a rychle* dodá výsledky numerických výpočtů. Daleko přínosnější je, pokud si učitel uvědomí, jaké bohaté matematické prostředí kalkulačka poskytuje pro přirozené poznávání číselných struktur a jejich vlastností, že je vhodným prostředím pro matematická experimentování žáků.

V používání kalkulaček na prvním stupni základní školy, a dokonce v první třídě, jsou ale většinou učitelé velmi opatrní, někteří dokonce tento prostředek v první třídě zcela odmítají.

Osobně jsem přesvědčena, že stejně jako na druhém stupni, je už i od první třídy primární školy možné rozvíjet dětské představy o světě čísel za pomoci kalkulaček.

J. Holt (1995) ve své knize píše:

„...kdyby byla aritmetika považována za to, čím ve skutečnosti je – za území, které má být prozkoumáno, a ne za seznam pravidel, které je třeba se naučit, zvládly by ji děti, aspoň většina z nich rychlostí, kterou bychom ani ve snu nepokládali za možnou.“

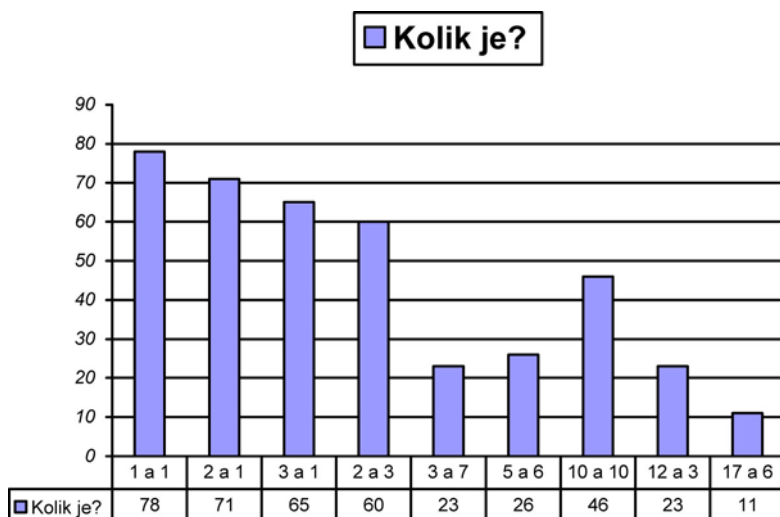
S čerstvými prvňáčky jsme realizovali začátkem letošního školního roku test jejich matematické gramotnosti. Testu se zúčastnilo kolem 160 respondentů, pro naše účely zde budu uvádět pouze odpovědi 81 dětí, které se testu zúčastnily ihned začátkem září. Během individuálního rozhovoru děti odpovídaly na 9 otázek. Výsledky testu nás ujistily o tom, že děti skutečně není třeba podceňovat. Pro ilustraci jsem vybrala odpovědi na jednu z otázek testu, sice:

- **Kolik je: 1 a 1, 2 a 1, 3 a 1, 2 a 3, 3 a 7, 5 a 6, 10 a 10, 12 a 3, 17 a 6?**

(Dětem byly úmyslně početní úlohy zadávány namísto s „plus“ s „a“, protože se domníváme, že je to pro předškolní děti přirozenější.)

Následující přehled (obr. 2) vypovídá o počtu správných odpovědí, které jsme obdrželi k jednotlivým úlohám (z celkového počtu 81 respondentů).

Výzkum s předškoláky uskutečnili před lety rovněž F. Kuřina, A. Hošpesová a M. Tichá (viz článek z r. 1995 a další na něj navazující).



Obr. 2

Prostřednictvím činností s kalkulačkou je možné už od první třídy primární školy představit žákům aritmetiku jako podnětné a zajímavé prostředí, právě v duchu podnětného vyučování. Spolu s ostatními reprezentacemi mohou činnosti s kalkulačkou napomáhat utváření číselných představ dětí. Vedou k hlubšímu porozumění struktury přirozených čísel, k postupnému otevírání matematických obzorů (desetinná či záporná čísla), k poznávání dalších, pro děti *nových* zákonitostí. Jsme přesvědčeni (a výsledky výše zmíněných testů nás v tom utvrzují), že se děti učí poznávat svět čísel stejně přirozeně, jako mluvit. Tak, jako z hlásek sestavují slova ($M - \dot{A} - M - A \rightarrow M\dot{A}MA$), sestavují z číslic zápisy čísel, a to způsobem, který známe z placení penězi, máme-li k dispozici pouze koruny, desetikoruny, stokoruny a tisícikoruny.

V naší experimentální sondě, která v pěti první třídách primární školy probíhá od letošního září, jsme vybavili každého prvňáčka kalkulačkou Sencor SEC 176, která je dvouřádková (zobrazuje se počítaný výraz) a zachovává pořadí početních operací.

Prvňáčky v našich experimentálních třídách rozhodně nechceme **učinit závislými na kalkulačkách**. Naopak jim chceme poskytnout další **matematické prostředí bohaté na podněty, zajímavé a užitečné**. Navíc to, co umí každý prvňáček na konci roku bez kalkulačky, musí umět na konci školního roku i naši žáci v experimentálních třídách rovněž bez užití kalkulaček. Tzn. domníváme se, že naše experimentální výuka nezpůsobí v žádném případě úpadek základních počtářských dovedností. Tuto domněnku se pokusíme ověřit.

Pro práci na interaktivní tabuli, v počítačové učebně, o přestávkách na počítači v kmenové třídě či k dalším činnostem na počítači doma je určen podpůrný program (autor J. Vaníček), který simuluje prostředí kalkulačky, se kterou žáci pracují. Navíc tento program umožňuje propojení s dalšími enaktivními (viz podrobně Bruner, 1977) modely čísla – penězi, kulíčkami, prsty, číselnou osou, či nabízí dětem hru *Rozbitá kalkulačka*.

Jsme přesvědčeni o tom, že práce s kalkulačkou posiluje **tvořivost, samostatnost, odpovědnost, sebekontrolu** žáka (i učitele). Navíc již mnohé předškolní děti mají s kalkulačkou nějaké zkušenosti. To ostatně potvrdil i náš test s prvňáčky – děti vidí, že kalkulačku používají jejich rodiče, prarodiče či starší sourozenci, levné kalkulačky se najdou mezi jejich hračkami, kalkulačky jsou rovněž součástí vybavení mobilů nebo počítačů.

V naší sondě chceme, aby technické možnosti kalkulačky pomohly dětem získat nadhled, aby se děti nemusely soustředit na provádění dílčích úkonů, ale měly možnost sledovat vztahy a vlastnosti. Nejde tedy prioritně o *snadné a rychlé* numerické výsledky, ale především o co nejhlubší porozumění kvantitativním vztahům okolního světa, jde o to žákům účinně pomáhat v procesu utváření



představ o přirozených číslech a práci s nimi. Kalkulačka zde slouží jako nástroj, který umožňuje dětem uchopit jednotlivá matematická prostředí, na která by bez kalkulačky nedosáhly.

Článek byl vypracován za podpory grantu GAČR 406-08-0710.

LITERATURA

- [1] Bruner, J., S. *The Growth of Representational Processes in Childhood*. ruský překlad Psychologija poznaniya. Moskva : Progress, 1977.
- [2] Holt, J. *Jak se děti učí*. Praha : Strom, 1995.
- [3] Kubínová, M. *Projekty ve vyučování matematice*. Praha : PdF UK, 2002.
- [4] Kuřina, F. Matematika a kalkuly. *Matematika, fyzika, informatika*, č. 1, 2008.
- [5] Kuřina, F., a kol. *Matematika a porozumění světu*. Praha : Academia, 2009.
- [6] Kuřina, F., Hošpesová, A., Tichá, M. Jaké jsou zkušenosti našich dětí při vstupu do školy? *Obecná/občanská škola*, 4, 1995, s. 6–9.
- [7] Stehlíková, N., Cachová, J. *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe (Studijní materiály k projektu Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP)*. Praha : JČMF, 2006.
- [8] Tao, T. Co je dobrá matematika? *Pokroky matematiky, fyziky, astronomie*, 53, 2008.
- [9] Ruprecht, G. *Aufgabensammlung (Kopiervorlagen) für den Mathematikunterricht Klassen 5 und 6*. http://www.math.tu-dresden.de/did/schule/tr_5_6/, 1999, staženo 28. 11. 2009.

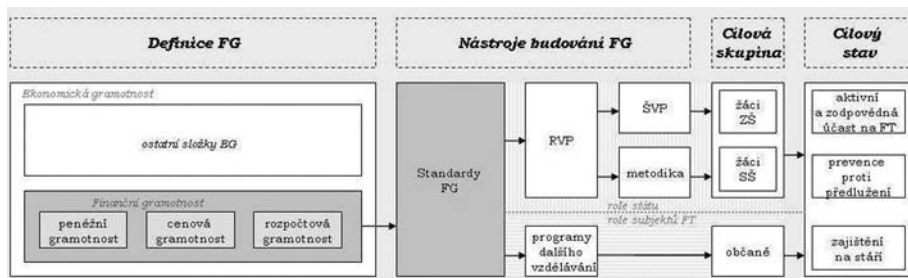
FINANČNÍ GRAMOTNOST V ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Alena Hesová

Výzkumný ústav pedagogický v Praze je jedním z významných subjektů, které se podílejí na rozvoji finančního vzdělávání. Jeho pracovníci byli přizváni k vytvoření Systému budování finanční gramotnosti (SBFG), jsou zastoupeni v Pracovní skupině pro finanční vzdělávání a v rámci úkolu Didaktické a metodické inovace ve vzdělávacích oborech byl sestaven expertní tým pro finanční gramotnost.

SYSTÉM BUDOVÁNÍ FINANČNÍ GRAMOTNOSTI V ZÁKLADNÍCH A STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH

Oporou pro implementaci finančního vzdělávání do výuky je Systém budování finanční gramotnosti v základních a středních školách – společný dokument Ministerstva financí ČR, Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, Ministerstva průmyslu a obchodu ČR vypracovaný na základě usnesení vlády č. 1594 ze dne 7. prosince 2005 (aktualizovaná verze z roku 2007).



Prvním krokem na cestě k podpoře finančního vzdělávání bylo definování finanční gramotnosti (FG): „FG je soubor znalostí, dovedností a hodnotových postojů občana nezbytných k tomu, aby finančně zabezpečil sebe a svou rodinu v současné společnosti a aktivně vystupoval na trhu finančních produktů a služeb. Finančně gramotný občan se orientuje v problematice peněz a cen a je schopen odpovědně spravovat osobní/rodinný rozpočet, včetně správy finančních aktiv a finančních závazků s ohledem na měnící se životní situace“. Finanční

gramotnost je v tomto dokumentu součástí širěji vymezené ekonomické gramotnosti, ale velmi úzce souvisí i s gramotností numerickou, gramotností informační a gramotností právní. Finanční gramotnost, která se odvíjí od občana (jednotlivce), popřípadě domácnosti, je dále členěna na tyto 3 složky:

- gramotnost peněžní
- gramotnost cenovou
- gramotnost rozpočtovou

STANDARDY FINANČNÍ GRAMOTNOSTI

Dalším krokem na poli finančního vzdělávání byla formulace standardů finanční gramotnosti. Tyto standardy vymezují ideální cílový stav finančního vzdělávání pro různé věkové skupiny:

- Standard FG pro základní vzdělávání
 - pro 1. stupeň ZŠ
 - pro 2. stupeň ZŠ
- Standard FG pro střední vzdělávání (odpovídá standardu dospělého občana)

V těchto standardech jsou vymezeny 4 okruhy témat: peníze, hospodaření domácnosti, finanční produkty a práva spotřebitele. Tyto okruhy jsou pak dále členěny na obsah a výsledky.

FINANČNÍ GRAMOTNOST A RÁMCOVÉ VZDĚLÁVACÍ PROGRAMY

V Rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia (2007) byl Standard finanční gramotnosti pro střední školy plně implementován, a to do vzdělávací oblasti Člověk a svět práce. Do Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV), který vyšel v roce 2005 (v aktualizovaném vydání pak v roce 2007), nebyl kvůli pozdějšímu vzniku Standard finanční gramotnosti pro základní vzdělávání zcela zabudován. V ZŠ je v tuto chvíli implementace standardu do výuky dobrovolná, ale mnoho škol zařazovalo finanční vzdělávání do výuky už před jeho vytvořením a pokračují v tom i nadále. Se zpracováním Standardu finanční gramotnosti pro základní vzdělávání do RVP ZV se počítá v nejbližším termínu revize.

Průniky RVP ZV a finanční gramotnosti jsou zřejmé už nyní. Především ve vzdělávacím oboru Výchova k občanství (tematický celek Stát a hospodářství). Nezbytné je propojení s matematickým aparátem, a tedy i vzdělávacím oborem Matematika a její aplikace. Další významný přesah je směrem ke vzdělávacímu oboru Informační a komunikační technologie. Možnosti pro rozvoj finančního vzdělávání nalezneme i v Českém jazyce a literatuře a v rámci vzdělávacího oboru Člověk a svět práce. Vzhledem k tomu, že je finanční vzdělávání

interdisciplinární povahy, tak může být velmi efektivní spojení s průřezovými tématy, zejména Osobnostní a sociální výchovou, Výchovou demokratického občana a Mediální výchovou. Úlohy k finanční gramotnosti jsou většinou postaveny jako úlohy problémové a podporují tedy dosahování klíčových kompetencí – kompetence komunikativní, ale především kompetence k řešení problémů.

MATEMATICKÉ ÚLOHY Z MEZINÁRODNÍHO VÝZKUMU PISA A FINANČNÍ GRAMOTNOST

Ve stejnojmenném článku RNDr. Evy Zelendové, který je zveřejněn na Metodickém portálu <http://www.rvp.cz>, nalezneme zajímavou možnost propojení matematické a finanční gramotnosti. Jedná se o úlohy z mezinárodního výzkumu PISA. Protože jsou tyto úlohy určeny všem členským zemím OECD, tak se v některých úlohách používá fiktivní měna (například *zed* v úloze 2, 3 a 4).

Úloha 1 – Směnný kurz [1]

Mei-Ling ze Singapuru se připravovala na tříměsíční studijní pobyt do Jižní Afriky. Potřebovala si vyměnit singapurské dolary (SGD) za jihoafrické randy (ZAR).

Otázka 1

Mei-Ling zjistila, že kurz singapurského dolaru k jihoafrickému randu je

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling si v tomto kurzu směnila 3 000 singapurských dolarů na jihoafrické randy.

Kolik jihoafrických randů Mei-Ling dostala?

Otázka 2

Když se po třech měsících Mei-Ling vracela do Singapuru, zbývalo jí 3 900 ZAR. Když si je měnila zpět na singapurské dolary, všimla si, že kurz se změnil na:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

Kolik singapurských dolarů Mei-Ling dostala?

Otázka 3

Během těchto tří měsíců se kurz změnil ze 4,2 na 4,0 ZAR za SGD.

Bylo pro Mei-Ling výhodné, že když měnila své jihoafrické randy zpět na singapurské dolary, byl kurz 4,0 ZAR místo 4,2 za jeden SGD? Svou odpověď zdůvodni.

Úloha 2 – Skateboard [2]

Emil rád jezdí na skateboardu. Zašel do obchodu Ráj skaterů, aby zjistil ceny. V tomto obchodě je k dostání kompletní skateboard. Nebo se tam dá koupit prkno, sada 4 koleček, sada 2 závěsů a sada spojovacích prvků a pak si může sestavit svůj vlastní skateboard.

Ceny zboží v obchodě jsou:

Zboží	Cena v zedech	
kompletní skateboard	62 nebo 84	
prkno	40, 60 nebo 65	
sada 4 koleček	14 nebo 36	
sada 2 závěsů	16	
sada spojovacích prvků (ložiska, gumové podložky, šrouby a matky)	10 nebo 20	

Otázka 1

Emil si chce svůj skateboard sestavit sám. Jaká je v tomto obchodě nejnižší cena a nejvyšší cena za skateboard v dílech?

Otázka 2

Emil má 120 zedů a chce si koupit ten nejdražší skateboard, na který mu stačí peníze.

Kolik si může dovolit utratit Emil za každý ze 4 dílů? Doplňte odpovědi do tabulky.

Díl	Částka (v zedech)
Prkno	
Kolečka	
Závěsy	
Spojovací prvky	

Úloha 3 – Poplatky za plochu [6]

Obyvatelé domu s byty uvažují o koupi tohoto domu. Potřebné peníze získají tak, že každý majitel bytu zaplatí částku úměrnou velikosti jeho bytu. Např. za byt, jehož plocha je pětina celkové plochy všech bytů, zaplatí majitel pětinu ceny domu.

Otázka 1

Zakroužkuj **Správně** nebo **Chybně** pro každé následující sdělení.

Sdělení	Správně/Chybně
Majitel žijící v největším bytě zaplatí víc peněz za každý m^2 svého bytu než majitel žijící v nejmenším bytě.	Správně/Chybně
Pokud známe plochu dvou bytů a cenu jednoho z nich, můžeme určit cenu toho druhého.	Správně/Chybně
Jestliže známe cenu domu a kolik bude platit každý majitel, potom můžeme určit celkovou plochu bytů.	Správně/Chybně
Pokud by byla celková cena budovy snížena o 10 %, každý majitel by zaplatil o 10 % méně.	Správně/Chybně

Otázka 2

V budově jsou tři byty. Největší byt 1 má plochu 95 m^2 . Byt 2 má plochu 85 m^2 a byt 3 má plochu 70 m^2 . Prodejní cena domu je 300 000 zedů.

Kolik by měl zaplatit majitel bytu 2? Zapiš postup výpočtu.

Úloha 4 – Poštovní poplatky [7]

Poštovní poplatky na Zedlandu jsou odvozené od váhy zásilky (při zaokrouhlení na gramy), jak je zachyceno v následující tabulce:

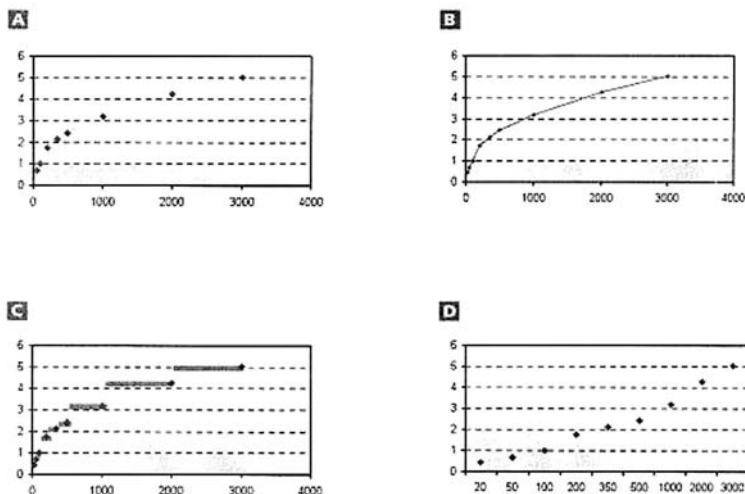
Váha (zaokrouhlená na gramy)	Poplatek
do 20	0,46 zedů
21–50	0,69 zedů
51–100	1,02 zedů
101–200	1,75 zedů
201–350	2,13 zedů
351–500	2,44 zedů
501–1 000	3,20 zedů
1 001–2 000	4,27 zedů
2 001–3 000	5,03 zedů

Otázka 1

Jan chce poslat kamarádovi dvě zásilky vážící 40 g a 80 g. Podle poštovních poplatků na Zedlandu se má rozhodnout, zda je levnější poslat tyto dvě zásilky jako jeden balík, nebo je poslat odděleně. Zapiš postup výpočtu poštovního pro obě uvedené možnosti.

Otázka 2

Který z následujících grafů nejlépe zobrazuje poštovní poplatky na Zedlandu? Graf zachycuje závislost poplatků v zedech (svislá osa) na váze zásilky v gramech (vodorovná osa).



V dílně, která byla součástí konference, si učitelé mohli vyzkoušet, jak jsou výše uvedené matematické úlohy provázány s finanční gramotností, konkrétně s jejími složkami – gramotností peněžní, cenovou nebo rozpočtovou (jejich vymezení viz SBFG, str. 7). Úlohy lze totiž k těmto složkám nenásilně přiřadit, nejvíce styčných ploch mají s gramotností rozpočtovou. Poté, co jsme úlohy z mezinárodního výzkumu PISA propojili se Standardem FG, jsme se věnovali jejich souvislosti s vybranými částmi z RVP ZV. Ke Směnnému kurzu, Skateboardu, Poplatkům za plochu a Poštovním poplatkům jsme přiřazovali klíčové kompetence, jejichž utváření mohou tyto úlohy podporovat. Dále jsme objevovali mezipředmětové vztahy, ale i propojení s průřezovými tématy.

Na úlohách z mezinárodního výzkumu PISA, které testují matematickou gramotnost žáků, jsme si představili finanční gramotnost a její složky, Standard finanční gramotnosti pro základní vzdělávání, ale také jsme poukázali na propojení finančního vzdělávání s Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání.

DISKUSE K FINANČNÍ GRAMOTNOSTI NA METODICKÉM PORTÁLU

V závěru dílny v Litomyšli jsme se mohli přesvědčit o tom, že učitelé vítají možnost diskuse k finanční gramotnosti. Obdobná diskuse probíhá i na stránkách Metodického portálu <http://www.rvp.cz>. Diskusní prostor je otevřený jak pro vaše otázky, tak pro sdílení zkušeností, které s finančním vzděláváním máte. Pro diskusi byly navrženy tyto diskusní okruhy:

- *Cítíte se být finančně vzdělaní?*
- *Jak reagují učitelé a žáci, když by se měli učit o penězích?*

- *Jak zapojujeme FG do matematiky nebo dalších předmětů?*
- *Odkud čerpat inspiraci k finanční gramotnosti a jak na ni?*
- *Reagovali jste ve výuce na krizi a předlužování domácností?*
- *Proč je potřebné podporovat finanční vzdělávání na školách?*

Pokud jsou pro vás tato témata zajímavá, přijďte diskutovat na Metodický portál mezi nás.

LITERATURA

- [1] *Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA.* Praha : ÚIV, 2006, s. 21. ISBN 80-211-0522-4.
- [2] *Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA.* Praha : ÚIV, 2006, s. 26. ISBN 80-211-0522-4.
- [3] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Praha : Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2005.
- [4] *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia.* Praha : Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007.
- [5] *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách.* Společný dokument Ministerstva financí ČR, Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, Ministerstva průmyslu a obchodu ČR vypracovaný na základě usnesení vlády č. 1594 ze dne 7. prosince 2005, aktualizovaná verze a v souladu se Strategií finančního vzdělání z prosince 2007 [online]. 2007, prosinec. [cit. 2009–11–23]. Dostupné z [www: http://www.msmt.cz/uploads/soubory/zakladni/SP_SBFG_2007_web.pdf](http://www.msmt.cz/uploads/soubory/zakladni/SP_SBFG_2007_web.pdf).
- [6] *Take the Test.* Sample Questions from OECD's PISA Assessments. OECD, 2009. ISBN 978-9-2640-5080-8. Překlady dosud nepublikovaných uvolněných úloh: A. Šilhánová. s. 139.
- [7] *Take the Test.* Sample Questions from OECD's PISA Assessments. OECD, 2009. ISBN 978-9-2640-5080-8. Překlady dosud nepublikovaných uvolněných úloh: A. Šilhánová. s. 15.
- [8] Zelendová Eva. *Matematické úlohy z mezinárodního výzkumu PISA a finanční gramotnost.* [cit. 2009–11–23]. Dostupné z [www: http://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/3281/matematicke-ulohy-z-mezinarodniho-vyzkumu-pisa-a-financni-gramotnost.html/](http://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/3281/matematicke-ulohy-z-mezinarodniho-vyzkumu-pisa-a-financni-gramotnost.html/).

NETRADIČNÍ FORMY SPOLUPRÁCE

Marie Chodorová, Josef Molnár

Hledáte výrobce školních pomůcek? Máte námět na pomůcku a nevíte jak jej realizovat? Potřebujete něco inovovat? Hledáte partnery pro spolupráci? Možná máte blízko sebe něco, co hledáte, a nevíte o tom. Snad vám poskytneme několik námětů, co s tím.

Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci získala v roce 2008 projekt NPV II. s názvem „Výzkum netradičních forem spolupráce středních škol s blízkými základními, středními i vysokými školami, se složkami místní samosprávy, firmami a dalšími subjekty“, zkráceně „Netradiční formy spolupráce“ (dále NFS).

Řešitelský tým projektu je složen jak ze středoškolských, tak vysokoškolských pedagogů, jejichž práce se zde prolíná, spojuje a celkově je shledána velmi produktivní.

Podnětem pro podání tohoto projektu byla současná situace na českých středních školách, které jsou zpravidla jen v minimální formě zapojeny do života lokální komunity. Tento stav se sice snaží změnit reforma školství pomocí Rámcových vzdělávacích programů, jejichž cílem je mimo jiné propojení výuky s praxí, nicméně dosud realizované programy byly zaměřeny většinou jen profesním, společenskovedním případně ekologickým směrem. Cílem uvedeného projektu je obrátit pozornost také k přírodovědným předmětům (matematika, chemie, fyzika, geografie, biologie), které se pro tento účel zdají být velice vhodnými.

Zmiňovaný projekt má své oficiální webové stránky: <http://spolupraceskol.cz/>, kde naleznete mimo jiné i následující konkrétní **cíle projektu**:

1. zmapovat současné formy spolupráce středních škol s vnějšími partnery,
2. popularizovat realizované formy spolupráce stření školy s lokálními partnery mezi běžnými učiteli,
3. ukázat, jak lze efektivně zlepšit školní vzdělávací program v přírodovědných předmětech,
4. poskytnout učitelům kontakty na výrobce školních pomůcek,
5. podpořit dialog středních a vysokých škol,
6. přeneseně popularizovat přírodní vědy a techniku.

Na počátku řešení projektu proběhl výzkum, který se týkal zmapování současného stavu na středních školách a jejich spolupráce se subjekty lokální komunity. Tento výzkum, s jehož výsledky se můžete seznámit na výše zmíněných webových stránkách projektu NSF, podrobně a pečlivě zpracovali a vyhodnotili L. Müller, M. Prášilová a O. Obst, kteří jsou specializovanými pracovníky Univerzity Palackého v Olomouci v oblasti pedagogiky a didaktik přírodovědných předmětů. Výsledky výzkumu napomáhají k praktické realizaci myšlenky, že cílená spolupráce se subjekty v akčním poli střední školy zakomponovaná do jejího kurikula je jednou z cest k podpoření kvality edukačního procesu. V užším pojetí pak, že vhodně zvolená spolupráce může přispět k lepší motivaci studentů vzhledem k přírodovědným předmětům – matematice, chemii, fyzice, geografii a biologii a následně i k ovlivnění jejich další profesní profílce.

Vlastní náplní projektu bylo nalézt možnosti a uskutečnit spolupráci středních škol, na kterých působí středoškolská profesori zapojení v daném projektu, s vysokou školou, s hvězdárnou, s obecním úřadem, tiskárnou či výrobcem pomůcek aj. Na zmíněných webových stránkách dále nacházíme ukázky dobré praxe, tj. realizované spolupráce středních škol s vysokými školami, subjekty soukromé sféry a jinými institucemi.

Jedním z hmatatelných výstupů projektu je katalog nových nebo inovovaných, cenově dostupných, pomůcek a kontaktů na jejich výrobce.

Právě tvorba pomůcek je velmi pěknou ukázkou oboustranně výhodné dobré praxe demonstrující úspěšnou spolupráci vysokoškolského odborníka a středoškolského učitele při vývoji pomůcky. Při výrobě prototypu garantuje vysokoškolský pedagog odbornou a obsahovou stránku pomůcky, zatímco středoškolský učitel dbá na použitelnost v reálné školské praxi, na přiměřenost předávaných informací a na didaktickou hodnotu uvedené pomůcky. Vzniklo tak několik pomůcek do každého předmětu (tzn. biologie, fyziky, chemie, matematiky a geografie). Katalog bude zveřejněn a k dispozici (leden 2010) na webových stránkách projektu.

Za matematiku můžeme uvést např. nástěnné obrazy jednotlivých kuželoseček, které nebyly doposud v takovéto podobě nikde dostupné ani navržené. Jedinečnost těchto plakátů spočívá v tom, že je v nich skloubena teoretická stránka s praktickým využitím. Vyjmenujme i další pomůcky, a to jsou nástěnný obraz Platonových těles, šablony pro rýsování na tabuli do stereometrie, inovovaný rozkladný kužel k demonstraci kuželoseček, rozkladná magnetická krychle, která by měla pomoci k rozvoji prostorové představivosti, tabulová šablona pro rýsování kuželoseček, která by měla umožnit rychlé načrtnutí kuželosečky základních parametrů, a to daleko přesnější než improvizace „od ruky“. V rámci tohoto projektu by měla vyjít i Sbírka úloh ze stereometrie, která obsahuje stručnou teoretickou část, tematicky je rozdělena do dvou částí, na polohové a metrické úlohy, obsahuje dostatečné množství úloh, některé jsou převzaty z jiných sbírek, některé jsou autorskými úlohami zpracovanými speciálně pro tuto sbírku.

Další náměty pro vyučování matematice najdete také na webových stránkách ukončených, probíhajících či začínajících projektů, které společně realizují pracovníci Přírodovědecké fakulty UP a učitelé středních a základních škol z celé České republiky, s důrazem na spádovou oblast UP, ve spolupráci s dalšími vysokoškolskými pracovníky u nás i v zahraničí.

1. NPV II

- a) STM-Morava: <http://www.upol.cz/projects/souteze-up/>

2. ESF

- a) Modulární přístup: <http://esfmoduly.upol.cz/>
- b) Přírodovědec: <http://www.prirodovedec.eu>
- c) MATES: <http://www.mates.upol.cz>
- d) PMT: <http://pmtweb.olportal.cz>
- e) Práce s talenty: <http://www.zsctyrlitek.cz>

3. Socrates-Comenius II

- a) Promote MSc.: <http://www.promotemsc.org/>
- b) Motivate Me: http://math.unipa.it/~grim/MotivateMe_09/Webpage/partner.html

4. MŠMT ČR

- a) Matematický klokan: <http://www.matematickyklokan.net>
- b) Přírodovědný klokan: http://kag.inf.upol.cz/mat_souteze.html

LITERATURA

- [1] Obst, O., Müller, L., Prášilová, M. *Výsledky prováděných výzkumných šetření.* <http://spolupraceskol.cz/>

VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ MAGMA

Eva Lesáková, Eva Řídká

ÚVOD

V rámci projektů technické pomoci Operačního programu Vzdělání pro konkurenceschopnost se ve školním roce 2008–2009 na základních a středních školách uskutečnilo výzkumné šetření MAGMA realizované Centrem pro zjišťování výsledků vzdělávání (CERMAT).

Jedním z cílů projektu bylo ověření možné neúspěšnosti žáků při řešení didaktických testů z matematiky, která by byla způsobena zařazením úloh matematické gramotnosti do maturitních didaktických testů z matematiky.

Prvotním předpokladem k naplnění tohoto cíle bylo získat informace o současné úrovni žáků ZŠ a SŠ v matematice, resp.

1. v matematice ve vztahu k požadavkům stanoveným v kurikulu
2. získat informace o vývoji či stagnaci matematické gramotnosti žáků v průběhu SŠ studia.

Vědomosti a dovednosti žáků 9. tříd ZŠ, kvart víceletých gymnázií a 1., 3. i 4. ročníků SŠ byly prověřovány na **stejných úlohách** vycházejících výhradně z učiva ZŠ a testování bylo doplněno dotazníkovým šetřením žáků, učitelů i ředitelů vybraných škol.

V následujícím textu uvedeme pouze základní informace a výstupy z uvedeného projektu.

PŘÍPRAVA TESTŮ

Testování mělo ověřit kvalitu základních matematických vědomostí a dovedností, které mají žáci ve věku povinné školní docházky, a změny v průběhu studia na střední škole. Pro tento účel bylo vybráno 28 úloh, s nimiž by si měli poradit minimálně ti absolventi ZŠ, kteří mají v úmyslu pokračovat ve studiu ukončeném maturitní zkouškou.

Při výběru úloh jsme vycházeli jak z požadavků tradiční výuky na ZŠ, tak i z hlediska moderního pojetí výuky, v němž se klade větší důraz na schopnost aktivního používání vědomostí.

V rámci šetření byly akceptovány různé verze pojmu MG.

Organizace OECD pro výzkumy PISA vymezila pojem *matematická gramotnost* v širším slova smyslu jako *schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana*.¹

Pro účely našeho zkoumání jsme vyšli z definice prof. Františka Kuřiny, který matematickou gramotnost žáka vztahuje k odpovídajícímu stupni vzdělání a člení ji do dvou stupňů:

Základní matematickou gramotností na úrovni n-té třídy k-tého stupně školy rozumíme schopnost porozumět matematickému textu (slovnímu, symbolickému nebo obrázkovému), schopnost vybavovat si potřebné matematické pojmy, postupy a teorie a dovednost řešit úlohy, které nemají problémový charakter. Základní matematickou gramotnost by měl dosáhnout každý absolvent příslušného typu školy.

*K řešení úloh problémového charakteru je třeba určitá míra tvořivosti, která představuje vyšší úroveň matematické gramotnosti. Tato úroveň patrně nemůže být požadována od celé populace.*²

Z další diskuze s odborníky vyplynulo, že matematickou gramotnost nelze redukovat pouze na soubor znalostí a dovedností. Matematická gramotnost, která je u většiny populace rozvíjena zejména školní výukou, obsahuje minimálně tři neopominutelné součásti:

- *osvojené matematické základy, na nichž staví další studium či profese*
- *přiměřenou schopnost reflektovat reálné situace a užívat matematiku k ověřování a získávání kvalitních informací*
- *rozvinutý způsob myšlení (přesahuje rámec matematiky)*

PILOTÁŽE A SESTAVENÍ TESTŮ

V prvé fázi bylo pilotováno 52 úloh v 8 sešitech. Další úlohy, které jsme měli k dispozici, byly pilotovány v souvislosti s dřívějšími projekty CERMATu.³ Při sestavování testů jsme kromě statistických podkladů k úlohám využili jak expertních posouzení úloh, tak i vlastní pedagogické zkušenosti.

Úlohy vybrané do testů lze zařadit asi z 80 % do základní úrovně matematické gramotnosti (viz výše uvedená definice). Dobré osvojení matematických základů by mělo zajistit nadprůměrný výsledek v testu. Necelá pětina úloh měla prověřit

¹Měření vědomostí a dovedností, OECD (ÚIV), 1999, ISBN 80-211-0333-7.

²KUŘINA, F. Problémy matematického vzdělávání. In M. Bečvářová (Ed.) *Sborník materiálů konference O škole a vzdělávání*. Praha : MATFYZPRES, 2007, s. 35–45, ISBN 978-80-7378-029-6.

³Viz Projekt KVALITA I „Hodnocení výsledků vzdělávání žáků 9. tříd a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií“, realizovaný CZVV v letech 2005–2008, Evaluační tematické testy pro ZŠ a SŠ.

komplexnější nabytí vědomostí, tedy i přiměřenou schopnost aplikovat matematické poznatky a „ochotu myslet“. Ve vybraných úlohách se objevila všechna základní témata (čísla, jednotky, proměnné, kvantitativní závislosti a vztahy, neurčitost, geometrie v rovině i prostorové vztahy). Rozličné způsoby zadání (symbolický zápis, text, tabulka, graf, geometrický model) předjímaly rozmanité způsoby řešení.

Dvacet osm úloh bylo rozděleno po čtrnácti do testů variant A a B, a dále jiným způsobem do variant C a D. Různá rozdělení a umístění úloh v sadě testů poskytuje možnost výsledky všech úloh vzájemně propojit. Rovněž je možné sledovat, jak významně a zdali vůbec může změna pořadí úlohy v testu ovlivnit její úspěšnost. Pořadí úloh bylo v jednotlivých variantách testů až na pár výjimek odlišné.

Z hlediska typu převažovaly otevřené úlohy (17 úloh z 28), neboť jsou při výuce běžně používány. Někteří žáci nemají vlastní zkušenost z testování a jsou zvyklí řešit pouze otevřené úlohy. Oproti uzavřeným úlohám navíc umožňují důkladněji nahlédnout do myšlení žáků. Na řešení testu měli žáci 60 minut času.

ÚČAST ŽÁKŮ V TESTECH, DOTAZNÍKY

Bylo vyhodnoceno celkem 1 725 testů, z toho 341 ze ZŠ, 1 079 ze SŠ s maturitou a 305 z víceletých gymnázií.

VÝSLEDKY V TESTECH

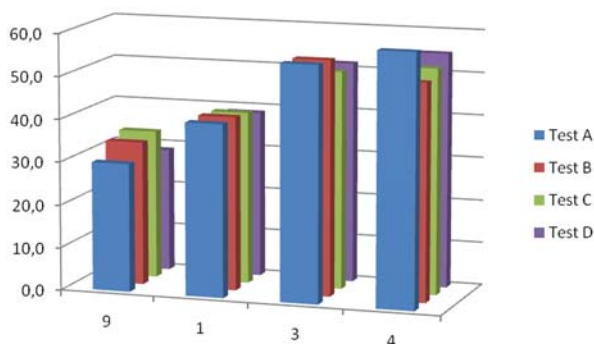
Následující tabulka uvádí výsledky ve všech variantách testu, kterých dosáhli žáci ZŠ a SŠ v jednotlivých ročnících. V souboru žáků SŠ nejsou uvedeny výsledky skupiny žáků z víceletých gymnázií.

Tab. 1

	Úspěšnost (v %)				Počet účastníků			
	ZŠ	SŠ			ZŠ	SŠ		
	9	1	3	4	9	1	3	4
A	29,9	40,4	55,1	59,0	96	135	113	42
B	33,5	40,5	54,9	50,8	86	135	110	40
C	34,6	40,2	50,9	52,7	81	122	102	38
D	28,7	38,8	51,6	54,9	78	116	92	34

Úspěšnost jednotlivých testů v procentech je zaznamenána v grafu na obr. 1.

V každé třídě byly zadávány všechny čtyři varianty testů. Při sestavování testů nebyl upřednostňován požadavek na srovnatelnost jednotlivých variant,



Obr. 1

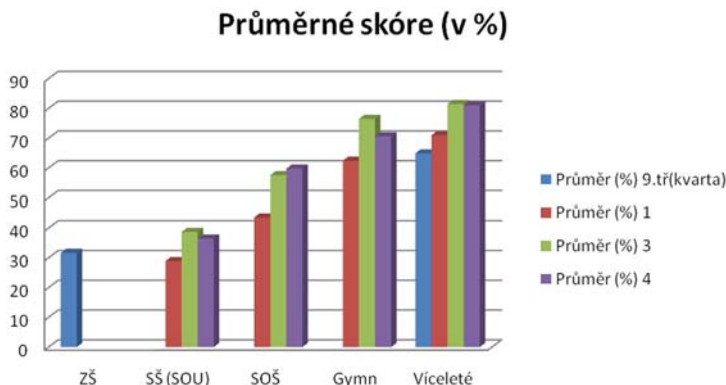
přesto je patrné (viz graf na obr. 1), že výsledky všech variant jsou vyrovnané. Je to přirozeným důsledkem jednotné konstrukce testů na základě podobné specifikace z hlediska témat i z hlediska rovnoměrného zastoupení různých způsobů zadání, tedy i řešení úloh.

Prostřednictvím celkového skóre testu nezávisle na variantě je možné provést hrubé posouzení úrovně matematické gramotnosti na ZŠ a SŠ. Dále můžeme sledovat vývoj gramotnosti v průběhu studia SŠ a porovnávat výsledky jednotlivých typů SŠ.

V tabulce 2 je uvedeno průměrné procentní skóre v testech a směrodatná odchylka tohoto znaku u všech sledovaných skupin.

Tab. 2

	ZŠ	SŠ (SOU)	SOŠ	Gymnázium (G)	Víceleté gymnázium (VG)
9.tř (kvarta)	Průměrné skóre (v %)				
	31,6				64,9
	1	28,9	43,6	62,4	71,0
	3	38,7	57,6	76,4	81,4
	4	36,5	59,8	70,6	81,0
9.tř	Směrodatná odchylka				
	19,6				16,7
	1	17,7	21,0	21,6	17,4
	3	18,9	21,0	16,7	15,8
	4	22,8	20,4	20,2	14,7



Obr. 2

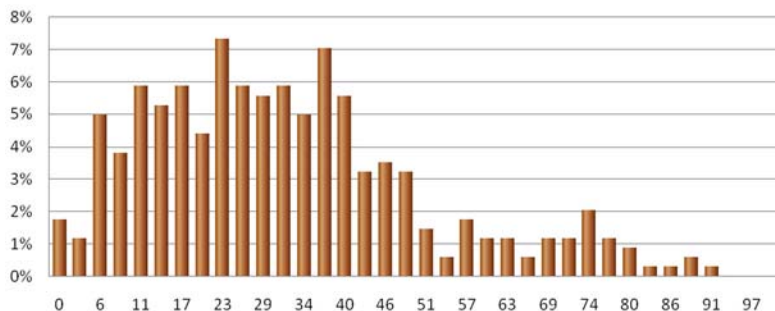
Totéž je zaznamenáno v grafech na obr. 2.

Markantní rozdíl se objevuje mezi výsledky žáků devátých tříd a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Devátá třída je srovnatelná s prvními ročníky středních škol s učňovskými obory s maturitou. Naopak úroveň gramotnosti žáků v kvartách víceletých gymnázií převyšuje i úroveň studentů posledních ročníků SOŠ. První ročníky gymnázií zaostávají v úlohách z gramotnosti zhruba o 10 procentních bodů za odpovídajícími ročníky víceletých gymnázií.

Testování probíhalo na jaře, kdy žáci absolvovali již větší část školního roku. Součástí výuky matematiky v prvním ročníku SŠ je stručné opakování učiva ZŠ. Je vidět, že průměrné výsledky prvních ročníků středních škol jsou oproti ZŠ výrazně posunuty. Vyučující většiny středních škol se potýkají s velkými nedostatky žáků ZŠ v průběhu celého studia a do určité míry tak suplují práci ZŠ. Zůstává otázkou, do jaké míry je tím omezen prostor pro výuku povinného učiva SŠ. Samozřejmě je nutné připustit, že na gymnázia odcházejí ze ZŠ nadprůměrní žáci, tedy přírůstek nelze porovnávat se znalostí průměrného žáka ZŠ.

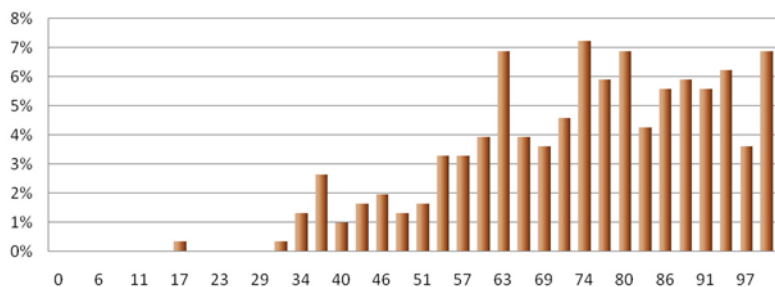
Další problém by mohl být skryt ve snižující se úrovni žáků obecně. Podle názoru učitelů SŠ jsou vědomosti přijatých žáků rok od roku horší. Na mnohých školách je tato skutečnost doložitelná srovnávacími nebo vstupními testy, které jsou administrovány beze změny již desetiletí. Je možné, že dnešní průměrný student prvního ročníku za dva roky nedosáhne na průměrnou úroveň současného studenta třetího ročníku. Absolventi čtvrtých ročníků absolvovali ZŠ již před čtyřmi lety, kdy se např. na větším počtu škol pořádaly přijímací zkoušky a více žáků bylo motivováno ke kvalitnější přípravě.

O rozložení úspěšnosti v testech všech sledovaných žáků jednotlivých typů škol vypovídají následující histogramy skóre. Pro informaci uvedeme pouze dva typy škol – 9. třídy ZŠ a stejně staří žáci z víceletých gymnázií.

Histogram skóre ZŠ

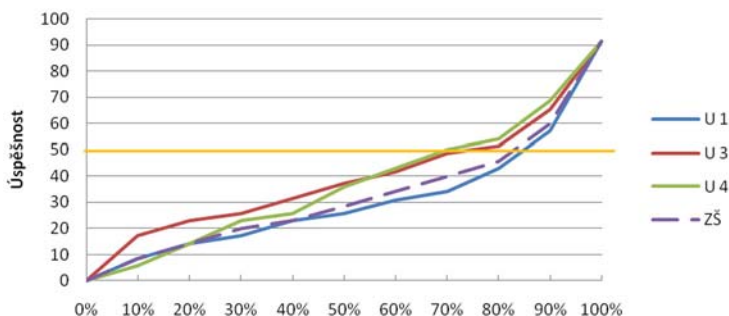
Obr. 3

V devátých třídách ZŠ většina žáků dosáhla na méně než polovinu úloh v testu.

Histogram VG

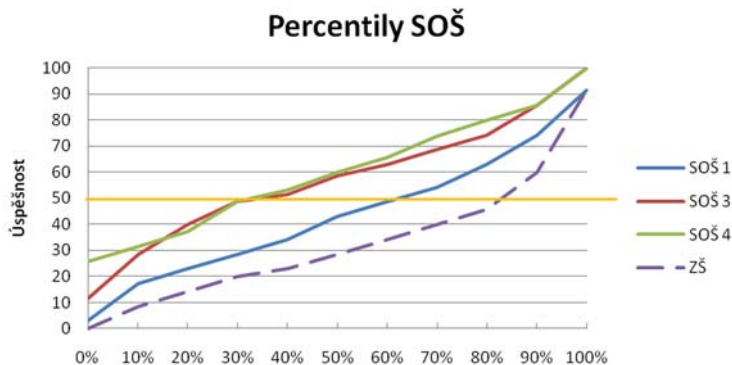
Obr. 4

Vývoj úrovně znalostí v oblasti matematické gramotnosti podávají grafy s percentily.

Percentily SŠ (SOU)

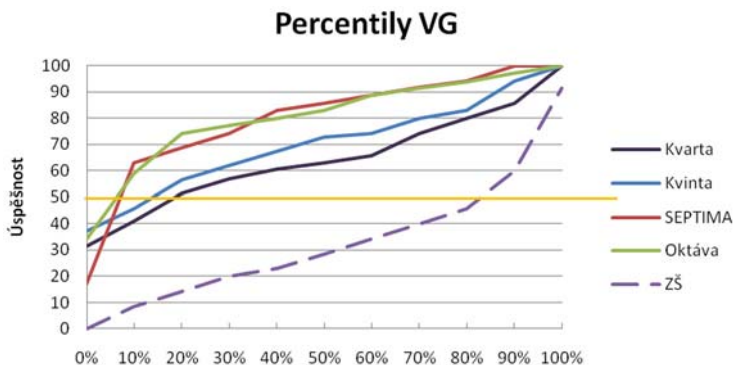
Obr. 5

Opět je vidět, že žáci učňovských oborů zakončených maturitou dosahovali podobných výsledků jako základoškoláci. Posun během studia byl minimální. Zhruba 70 % žáků nedosáhlo ani na polovinu testu a přes 40 % žáků ani na třetinu testu.



Obr. 6

Trochu jiná situace byla na SOŠ. V prvním ročníku nedosáhlo na polovinu testu ještě asi 60 % žáků, na konci studia to bylo kolem 30 % žáků.



Obr. 7

Na víceletých gymnáziích mělo s testem velký problém jen kolem 5 % absolventů, na gymnáziích něco přes 10 % absolventů.

VÝSLEDKY V ÚLOHÁCH

Vzhledem k možnosti opakovat testování i v budoucnosti nebudou jednotlivé úlohy uvolněny. Za všechny uvedeme pouze dvě úlohy ze základního učiva a výsledky v různých ročnících ve všech typech sledovaných škol.

Úloha 2

Upravte výrazy:

1. $x + 2 - 2x =$

2. $2x(x - 1) - (x^2 - 2x) =$

3. $(x^2 - 1) \cdot x + 1 - x \cdot x \cdot x =$

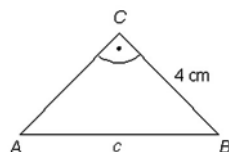
Úspěšnost (v %)

	ZŠ	1. SŠ(U)	3. SŠ(U)	4. SŠ(U)	1. SOŠ	3. SOŠ	4. SOŠ	1. G	3. G	4. G	K4 VG	K5 VG	S7 VG	S8 VG
1.	33	39	45	29	46	61	75	76	86	58	67	71	92	92
2.	31	27	42	38	46	59	66	72	90	67	67	80	92	90
3.	34	29	47	33	49	60	73	84	86	67	67	83	89	87

Úloha 3

Je dán rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C a stranou BC délky 4 cm (viz obrázek).

1. Určete velikost úhlu CAB .
2. Určete obsah trojúhelníka ABC .
3. Určete délku strany C trojúhelníka ABC .

**Úspěšnost**

	ZŠ	1. SŠ(U)	3. SŠ(U)	4. SŠ(U)	1. SOŠ	3. SOŠ	4. SOŠ	1. G	3. G	4. G	K4 VG	K5 VG	S7 VG	S8 VG
1.	39	35	47	33	58	67	84	76	83	92	89	89	97	90
2.	22	12	32	29	28	56	57	40	69	67	67	46	81	67
3.	25	21	38	31	45	67	67	64	79	79	69	71	86	79

Uvedeme ještě několik poznámek k úlohám v testu.

Žáci řešili poměrně úspěšně (přes 50 %) některé jednoduché úlohy, které se ve škole tak často neprobírají, např. čtení z grafu, zakreslení přímky s danou vlastností, nalezení čísla podle popsaných vlastností apod. Nezvládají však úlohy, které bývaly dříve zcela rutinní (o pohybu, směsích, procenta, Pythagorova věta, vnitřní úhly v trojúhelníku, jednotky, úpravy jednoduchých výrazů, řešení lineární rovnice apod.). Jsou to úlohy, které předpokládají zejména osvojení některých znalostí. Zdá se, že vědomosti dětí na ZŠ nemají trvalý charakter. Z toho, co se žáci učili v šesté, sedmé, osmé třídě, se do dalšího ročníku přenesou minimum. Žáci tedy využívají pouze své přirozené inteligence.

Absolventi ZŠ nejsou dobře připraveni k masovému studiu maturitních oborů. Vědomosti a dovednosti v geometrii jsou tragické. Žáci neovládají nejzákladnější pravidla pro práci s proměnnou. Školské úlohy (často užívané při přípravě na přijímací zkoušky) jsou pro absolventy ZŠ opět velkou neznámou.

Na většině středních škol se během tří let situace více či méně vylepší. Zůstává však otázkou, kolik času takové „záplatování“ ubere z času naplánovaného na středoškolskou výuku. Na některých středních školách, zejména s dřívějším statutem SOU, zůstává vysoké procento žáků v míře osvojení matematických základů na velmi nízké úrovni. Úspěšná maturita z matematiky je u těchto studentů prakticky nemyslitelná.

Z DOTAZNÍKŮ UČITELŮ A ŘEDITELŮ

Kromě základních informací uváděli ředitelé a učitelé matematiky své názory v souvislosti s úlohami v testu, dále se vyjadřovali k vlastní výuce matematiky, k metodám práce, ke školním podmínkám ovlivňujícím výuku matematiky, k práci s žáky, uváděli názory na znalosti maturantů a budoucích vysokoškoláků apod.

V následující tabulce jsou uvedeny některé postřehy učitelů při práci s žáky.

Tab. 3

S jakými problémy se potýká při výuce učitel matematiky?	Ano	Ne
Nezájem velkého počtu žáků	38 %	62 %
Nízká úroveň a mezery v učivu	56 %	44 %
Velké rozdíly ve schopnostech žáků	58 %	42 %
Neochota učit se z paměti (např. vzorce)	55 %	45 %
Nedostatky v počítání z paměti	55 %	45 %
Liknavost k domácí přípravě	79 %	21 %
Ztráta motivace žáků vzdělávat se	61 %	39 %
Nekázeň některých žáků	21 %	79 %
Vysoká absence žáků	21 %	79 %

Kde vidí příčiny některých problémů učitelé a ředitelé? (viz tabulka 4)

ŽÁKOVSKÉ DOTAZNÍKY

Žáci kromě běžných informací (známka z matematiky, zájem o maturitu z matematiky, aspirace na další studium apod.) podávali výpověď o způsobu výuky matematiky a provedli i sebereflexi v souvislosti s výukou.

Všechny informace byly sledovány ve vztahu k úspěšnosti v testu.

V souladu s očekáváním se v různých třídách liší jak způsob výuky matematiky, tak i nároky jednotlivých kantorů. Téměř u žádného ze sledovaných znaků nebyla prokázána jednoznačná souvislost s úrovní výsledků v testu.

Tab. 4

Příčiny nezájmu některých žáků o matematiku	oči učitelů		oči ředitelů	
	Silný až zásadní vliv	Nepodstatný nebo malý vliv	Silný až zásadní vliv	Nepodstatný nebo malý vliv
Vysoké nároky vzhledem k očekávané profesi	49 %	49 %	70 %	26 %
Vysoké nároky vzhledem ke schopnostem žáků	59 %	33 %	70 %	26 %
Vysoké požadavky na přesnost a soustavnost	79 %	21 %	74 %	22 %
Neochota studentů pracovat	90 %	8 %	81 %	15 %
Nedostatek přitažlivých činností v hodinách	37 %	59 %	48 %	48 %
Rodinné zázemí, vzory v rodině	56 %	38 %	66 %	30 %
Devalvace hodnocení žáka, postup bez přijímacích zkoušek	90 %	8 %	74 %	22 %
Nedostatečné možnosti školy diferencovat žáky podle schopností	26 %	68 %	55 %	41 %
Nedostatečná informovanost žáků o potřebě matematických znalostí	56 %	34 %	30 %	67 %
Odtazitost novodobých matematických objevů od školní výuky	7 %	84 %	19 %	78 %
Negativní názor prezentovaný známými osobnostmi	36 %	59 %	48 %	48 %
Devalvace vzdělání ve společnosti	92 %	8 %	81 %	15 %

Nejvyšší korelaci s výsledkem testu poskytl souhlas žáků s výpovědí uvedenou v následující tabulce. Jedná se o výpověď žáků ZŠ.

Tab. 5

Pracuji se zájmem, občas mám z vlastní práce dobrý pocit.	Ano	Ne
Úspěšnost	42 % ± 21 %	25 % ± 16 %

Je logické, že žáci s vyšší úspěšností by měli mít lepší pocit z vlastní práce. Přesto je možné hovořit spíše o pravděpodobných vztazích, jednoznačná souvislost neexistuje. Ve hře je totiž mnohem více faktorů. V následujících tabulkách je zaznamenáno procentní skóre v testech žáků dvou vybraných devátých tříd (A, B) ze dvou různých základních škol. Žáci každé třídy jsou rozděleni do dvou sloupců podle souhlasu, či nesouhlasu s výše uvedeným tvrzením (viz tabulka 6).

Ve třídě A je průměrná úspěšnost vyšší a s vlastní prací je spokojeno mnohem více žáků než ve třídě B, včetně některých žáků, kteří mají i horší výsledky v testu. Ve třídě B není s vlastní prací spokojen téměř nikdo, dokonce ani nejlepší žák. Může to být způsobeno jak skladbou žáků ve třídě, tak i způsobem práce a osobností učitele. Podobných rozdílů se v souboru vyskytuje více.

PODNĚTY K ZAMYŠLENÍ

V průběhu let 2004 až 2008 provádělo CZVV v již zmíněném projektu Kvalita I rozsáhlé testování žáků pátých a devátých tříd ZŠ a nasbíralo dostatek informací o úrovni matematické gramotnosti našich žáků. Současný projekt MAGMA rozšířil sledovanou oblast ještě o studenty středních škol.

1. V kurikulu pro ZŠ jsou stanoveny povinné oblasti vzdělávání. Není však jasně deklarováno, v jaké úrovni si má žák dané celky osvojit. Projekt MAGMA poskytl opět neradostné zjištění, že velký počet žáků si ze ZŠ odnáší chatrné vědomosti. Absolventi ZŠ rozhodně nejsou dobře připraveni ke studiu maturitních oborů v plánovaném masovém měřítku.
2. Úroveň matematické gramotnosti se v průběhu středoškolského studia mění k lepšímu. Nejsnazší práce v této oblasti je na víceletých gymnáziích. Není zde problém věnovat se výhradně středoškolskému učivu. Matematická gramotnost je upevňována zcela přirozenou formou prohlubováním učiva a nabýváním nových vědomostí.

Větší díl práce vykonají učitelé matematiky na čtyřletých gymnáziích, ale zejména na SOŠ. Učitelé na SOŠ se potýkají s nedostatky žáků ze ZŠ prakticky po celou dobu studia. Výuka matematiky na všech typech středních

Tab. 6

Třída A: Pracuji se zájmem, občas mám z vlastní práce dobrý pocit.	
Ano	Ne
Procentní skóre v testu	
46	
	31
	23
63	
46	
51	
	34
74	
31	
46	
	17
80	
	17
89	
	43
14	
	20
	49
31	
23	
29	
77	
	26
31	
	14

Třída B: Pracuji se zájmem, občas mám z vlastní práce dobrý pocit.	
Ano	Ne
Procentní skóre v testu	
	0
	17
	37
	17
	34
	40
	40
	37
	17
	20
	17
	17
	23
	63
37	
46	

škol předpokládá alespoň minimální penzum vědomostí ze ZŠ. Pokud přicházejí žáci do prvních ročníků nedostatečně připraveni, je nutné mezery na SŠ zacelit. Neplánované doplňování látky ZŠ zatěžuje středoškolskou výuku. Na některých středních školách, zejména s dřívějším statutem SOU, kde je nízký počet hodin matematiky, je úroveň matematické gramotnosti velmi nízká a v průběhu studia se prakticky nemění. I v základní úrovni obtížnosti je maturita z matematiky na těchto školách téměř nemyslitelná. Učitelé nemohou dobře připravit žáky, kteří ke studiu nemají předpoklady, resp. základy ze základní školy.

3. Jaká opatření lze navrhnout ke zlepšení situace na základních a středních školách? Některá řešení předkládají samotní učitelé a ředitelé škol. Podle jejich názoru žákům chybí motivace k dosahování dobrých studijních výsledků. Studenti nejsou ochotni pracovat, neboť většina středních a velké množství vysokých škol k přijetí žádné vědomosti nevyžaduje, žáci postupují snadno, bez přijímacích zkoušek. Pokud jsou žáci nuceni vysokou školu opustit pro nedostatek vědomostí, bývá to až po dvou letech studia. Tyto neúspěchy už k maturantům nedolehnou.

Ve většině států OECD bývá plošné testování obvykle jediným nebo hlavním podkladem k přijímacímu řízení. Na Slovensku, v Polsku, ve Velké Británii a dalších zemích se přijímacími testy ověřuje znalost učiva, které se na daném typu školy skutečně vyučuje. Úroveň vědomostí ZŠ se testuje již při absolutoriu ZŠ. V didaktických testech z matematiky (včetně maturitních) pak převažují otevřené úlohy se stručnou odpovědí. Podobným způsobem jsou zadávány i matematické testy v mezinárodních výzkumech OECD.

ZÁVĚR

Výsledky šetření neposkytují optimistickou výpověď o úrovni matematické gramotnosti na našich školách. Nedostatky maturantů nemohou řešit jen učitelé středních škol. Situaci je nutné začít řešit systémově, opatřeními, která budou vycházet ze shody kurikulárních ústavů, ministerstva školství a dalších školských odborníků. Pokud se v této oblasti něco nezmění, nemůžeme očekávat ani zlepšení výsledků našich studentů.

JAK JSEM NAKONEC PROŠEL I DO GYMNÁZIA, ALE STEJNE ZASE PROPADL. . .

Karel Otruba

Tento text volně navazuje na můj příspěvek „Jak jsem propadl do sekundy“, pronesený zde v Litomyšli před dvěma lety na minulou konferenci „Jak učit matematice žáky ve věku 11–15 let“. Hlavní myšlenkou je v obou případech konstatování zvláštností žáků tohoto věku objevujících se u nich ve vztahu k přijímání nových poznatků v matematice, a to z pohledu učitele, který po dlouhou dobu působil především v předmaturitních a maturitních ročnících. Je známo, že u starších studentů dochází právě v okolí přelomu septimy a oktávy ke značnému vývojovému posunu, jednoduše řečeno, stávají se z nich dospělí lidé (zde má také původ slovo *maturita*, znamenající *zkouška zralosti*). Před třemi lety, kdy jsem začal učit také v sekundě, jsem s překvapením objevil rovněž velmi zajímavý vývojový zlom i v tomto věku. Dal by se charakterizovat jako *přechod z myšlení konkrétního na myšlení abstraktní*. Potvrzení této domněnky jsem našel jednak při konzultacích se svou známou psycholožkou (která se celoživotně věnuje vývojové a pedagogické psychologii se speciálním zaměřením na psychologii učení), jednak v odborné literatuře (např. J. Piaget: *Psychologie intelligence*). Tomuto prvnímu setkání s věkem 11–15 let a jeho (z mého pohledu) zvláštnostem jsem se podrobněji věnoval v minulém příspěvku.

Při prvním setkání se sekundánsy mi ovšem dost věcí uniklo, ale po mém opětovném „propadnutí“ do nižších ročníků se v tomto školním roce objevilo dost dalších příležitostí. Tentokrát však už jsem byl připraven, a údiv z prvního poznání jsem tedy tak dramaticky neprožíval. Tím se mi ovšem otevřel prostor k daleko podrobnějšímu sledování celé záležitosti a k získávání poznatků, které mi před třemi lety unikly.

Moje staré poznatky z někdejší tercie (dnes už kvinty) se znovu opakovaly a potvrzovaly. Přibýly k nim však další, dříve nepovšimnuté. Snad to bylo proto, že jsem se hned zpočátku snažil terciány zbavit ostychu před kladením otázek. Občas možná přehlédneme, že se nás žáci na mnoho věcí prostě bojí zeptat. Snad se jim zdá, že by se otázkou v lepším případě před námi nebo před třídou shodili, v horším případě získali (možná i trvalou) nálepku studenta, kterému „nejsou jasné naprosto samozřejmé věci“ a podobně. Měli bychom si dávat velký pozor na to, aby naše reakce na jejich otázky u nich takové pocity nevzbuzovaly.

Už odpověď začínající slovy „...ale to je přece jednoduché...“, kterými možná chceme tazatele povzbudit a zaplašit hned zpočátku jeho představu, že jde o věc „složitou“, může mít negativní dopad a obrátit se proti nám. Mám zkrátka pocit, že se jednoho krásného dne terciáni přestali ostýchat klást otázky. A já jsem měl náhle možnost vidět některé problémy jejich očima, problémy, které jsem sám už dávno přestal vnímat, a možná některé z nich nikdy ani neměl (nebo spíš na ně dávno zapomněl). Začal jsem postupně získávat dojem, že neporozumění některým věcem může plynout ne snad jen z nedostatku dispozic a píle, ale naopak (a zdánlivě paradoxně) z velké důslednosti, nebo lépe řečeno z vnímání některých nedůsledností, na které jsme si my starší dávno zvykli. Zde jsou dva příklady takových otázek:

1. Je $3x$ totéž co $3 \cdot x$?

Koho z nás by taková otázka napadla? Jistě, problém dost těsně souvisí s přechodem na abstraktní myšlení, což je jedním z problémů terciánského věku. Dalším je zatím nedostatečné zažití pojmu *proměnná veličina*. Ale jistě se za tím skrývají i jiné věci. Napadlo mě přirovnat tuto otázku k situaci tří kamarádů v restauraci. Každý si objedná guláš. Číšník volá do kuchyně: „Tříkrát guláš!“ a pak jim přinese tři guláše. Slova *tříkrát guláš* tedy znamenají totéž, co *tři guláše*. Možná také vadí nesklonnost slova *iks* pro symbol x . Kdybychom x skloňovali (jako skloňujeme slovo *guláš*) a říkali *tři iksy*, bylo by asi daleko jasnější, že *tři iksy* znamenají *tříkrát iks*. Jenže to ještě není vše. Student tercie již ví, že písmeno x zastupuje nějaké číslo, což se mu možná v myšlenkách zjednoduší na x je číslo, a už mu není jasné, proč by $3x$ mělo být $3 \cdot x$, protože například 37 a $3 \cdot 7$ také není totéž. Navíc ho spolehlivě zmáte zápis smíšených čísel, $3\frac{2}{3}$ se přece také nerovná $3 \cdot \frac{2}{3}$. A když se na tohle všechno ještě bojí zeptat...

2. Je *dvě iks lomeno třemi* totéž, co *dvě třetiny iks*? A je to i *dvě třetiny krát iks*?

Tady možná zafungoval jazykový cit, protože v prvním případě je *iks* v nominativu, ve druhém případě v genitivu, ve třetím případě opět v nominativu. A mnozí terciáni to jistě správně cítí, i když tvar *iks* je nesklonný. Dotaz na ekvivalentnost druhého a třetího případu je ovšem problém z bodu 1).

Nakonec jsem se podobným otázkám přestal divit. Cítil jsem v nich projev důslednosti začátečníka dosud nezblhlého v zavedených konvencích. Třeba se ty konvence dříve málo procvičovaly, ale nechci lézt do svědomí svým předchůdcům. Převládla ve mně radost z odvahy studentů se zeptat.

Ale čas běžel dál. Po základním nácviku řešení rovnic jsme se dostali ke slovním úlohám. Dalo by se hodně debatovat o tom, co je a co není slovní úloha, ale tím jsme se zatím netrápili. Obvykle se začíná textem jednoduchého příkladu,

ten se převede do jazyka matematiky atd. atd. Napadlo mě trochu si zaexperimentovat i zde. Zvolil jsem postup úplně obrácený. Napsal jsem na tabuli docela jednoduchou rovnici $4x + 5 = 17$ a vyzval jsem studenty, aby se zkusili zamyslet nad tím, jakou situaci by tato rovnice mohla vystihovat. To byla otázka samozřejmě úplně nečekaná a třída nejprve nevěděla, která bije. Zkusil jsem to tedy sám: „Mám několik jablek. Kdybych jich měl čtyřikrát tolik a pak ještě dostal dalších pět, měl bych jich celkem sedmnáct. Kolik jablek mám teď?“ A už se hlásil J. Š. (který se hlásí skoro stále): „V každém ze čtyř košíků je stejné množství housek, na talíři leží dalších pět. Celkem je jich sedmnáct. Kolik housek je v každém košíku?“ Musel jsem uznat, že tento nápad je dokonce mnohem lepší než můj, neboť výraz $4x$ je zde da leko lépe interpretován, bez poněkud již omšelého slova *kdybych*. To už se ale hlásil také student J. P.: „Mám sedmnáct karet. Pět odložím stranou na stůl a zbytek rozdělím do čtyř hromádek. Kolik karet je v každé hromádce?“ Další elegantní nápad a další nový postřeh, J. P. čte rovnici zprava doleva a o přestávce asi hrává se spolužáky karty.

Tato činnost začala najednou terciány náramně bavit. Dodatečné hledání příběhů k předem dané snadné rovnici je nečekaně oslovilo. Napadlo mě, že kdybychom začali klasicky, tedy slovním zadáním těchto nebo podobných jednoduchých problémů, studenti by se je určitě snažili řešit úvahou (jako to dělali doposud) a sestavování rovnic by mohli považovat za zbytečnost. A možná si takhle do podvědomí vloží i pocit, že mnohé komplikované texty mohou někdy vést ke snadným rovnicím. Bude se jim to v dalším studiu hodit.

V následujících hodinách se objevila na tabuli celá řada velmi jednoduchých rovnic a vyprávěly se k nim příběhy, které prozrazovaly značnou fantazii svých autorů. Uvedu zde tři z nich:

1. $x + 10x + 10 = 2\,760$

Cestou na dovolenou jsme urazili 2 760 km. Letadlem desetkrát víc, než autobusem na letiště. Zbýlých 10 km z letiště do hotelu jsme jeli taxíkem. Kolik km jsme urazili letadlem a kolik taxíkem?

2. $3x + 6 = 4x + 1$

Včelař Pavel má tři úly se stejným počtem včel. Šest dalších včel létá venku. Kristýna má čtyři takové úly a jedna její včela létá venku. Kolik včel je v každém úle? (Tady bylo nutno zadání poněkud upřesnit, a dále vysvětlit, proč je úloha poněkud absurdní, ale tím jsme se dostali k meziředmětovým vztahům, matematika, biologie, ...)

3. $x + 2(x + 10) = 35$

Do tábora přijelo postupně dvakrát za sebou o deset skautů víc, než tam bylo na začátku. Tím jejich celkový počet vzrostl na třicet pět. Kolik jich tam bylo před oběma příjezdy?

Každý student si pak připravil za domácí úkol alespoň dva příklady tímto postupem:

1. Zvolil hodnotu, která nakonec vyjde (např. $x = 7$)
2. Sestavil jednoduchou rovnici (pokud možno se závorkami a zlomky), která má zvolené řešení (např. $(2x + 4)/3 = x - 1$)
3. Vymyslel příhodu, kterou tato rovnice popisuje, např.:

Dostala jsem od babičky a od dědečka stejný počet žvýkaček. Strýček mi dal pak ještě čtyři.

O všechny jsem se pak podělila se sestrou a bratrem rovným dílem. Zbylo mi o jednu méně, než mi dal dědeček. Kolik žvýkaček mi dala babička?

Vzniklo tak asi šedesát příkladů na velmi jednoduché slovní úlohy pro začátečníky. Co s nimi mohou studenti dělat?

- a) Prezентují je veřejně u tabule.
- b) Necháávají své příklady řešit spolužáky (tj. sestavit a řešit úlohu podle příběhu).
- c) Zapiší svou rovnici na tabuli a vyzvou spolužáky k sestavení příběhu. Různé nápady se pak porovnávají a hodnotí.
- d) Mohou je dát komukoli k dispozici na webu <http://prikklady.spolupraceskol.cz>, kde již existuje neustále se rozšiřující sbírka řešených studentských příkladů s názvem „Studenti sobě“. Jsou v ní vítána nejen zajímavá zadání, ale i netradiční způsoby řešení.

(Tato sbírka vznikla v rámci projektu „Netradiční formy spolupráce“ na PřF UP v Olomouci.)

Co se zatím ukázalo? Vidění *svého* problému *zevnitř* velmi pomáhá následnému proniknutí do *jíného* (*cizího*) problému *zvenějšku*, tedy do klasicky předložené slovní úlohy. Studenti začátečníci prožívají velmi příjemný a povzbudivý pocit: *Vím, jak se to asi dělá*. Vžívají se tedy do role autora učebnice, která se jim tak může stát knihou o dost bližší, než tradičně bývá. Trochu mi to připomíná můj vlastní dávný klukovský zážitek. Často jsem tehdy jezdíval vlakem, ale jednou mě vzal jeden známý strojmědce k sobě na lokomotivu. A tehdy jsem tu cestu prožíval úplně jinak. . .

Některé příhody nám dokonce pomohly přirozeným způsobem objasnit i pár klasických problémů. Uvedu zde dva z nich, *minus před závorkou* a *distributivní zákon*.

Příhoda: „Petr a Pavel sbírají krabičky od sirek. Petr už nějaké měl. Tatínek mu jich jednou přinesl čtrnáct. Pak dal Petr Pavlovi o tři krabičky méně, než měl na začátku. . . “ atd., (pro náš problém není pokračování důležité). Levá strana rovnice může vypadat takto: $x + 14 - (x - 3)$. Představa: Kdyby dal Petr Pavlovi tolik, co měl na začátku, vyjádřil by to zápis $x + 14 - x$ (a zbylo by mu jich 14). Dal-li mu o tři méně, zbylo mu jich samozřejmě o tři víc: $x + 14 - x + 3$ (tedy 17). Změna znamének při odstranění závorčky, před kterou je znaménko minus, je při této interpretaci velmi srozumitelná.

Tohle je ovšem speciální případ obecnějšího distributivního zákona. Mínus před závorkou znamená, že je před ní číslo mínus jedna. Slovy *je před závorkou* vyjadřujeme, že tím, co před ní *je*, se má ta závorka vynásobit. A vynásobit závorku tím, co před ní *je*, znamená vynásobit tím to, co je v závorce. Asi se divíte, proč tohle píšu. Zamyslete se však někdy nad tím, jaké ustálené a zažité vyjadřovací fráze máme (my učitelé) pro obvyklé úkony a činnosti, ale žákům začátečnickům ty fráze nemusejí nic říkat, nebo – což je horší – si je vykládají po svém a špatně. Vezměme například frázi „vynásobíme závorku pěti“. Copak někdy násobíme nějakým číslem „závorku“? Jenže tohle už je řeč o používání speciálního „jazyka“, a naznačené úvahy by nás zavedly hodně daleko, až k problémům užívání jazyka vůbec a k výuce jazyků cizích. Víím, o čem mluvím, neboť velmi intenzivně sleduji, jak se cizím jazykům učí moje vlastní děti. Jak se jim učí ve škole a jak se jim učí delším pobytem v cizojazyčném prostředí. A na tohle téma by se mělo už také něco zásadního napsat. . .

Ale vraťme se k distributivnímu zákonu. Problém typu $5(x + y + z) = 5x + 5y + 5z$ se mi podařilo terciánům zřetelně vysvětlit pomocí tohoto (zde zestručněného) vyprávění: Rodina má pět členů. Malá Jana rozdává před společným jídlem na stůl příbory. Příbor – to je (lžíce + vidlička + nůž). Chce-li dát na stůl pět příborů, musí si přichystat pět lžic + pět vidliček + pět nožů.

A máme-li zůstat u příkladů kolem kuchyně a jídla, lze se zmínit také třeba o objednávkě této pětičlenné rodiny v restauraci: „Pětkrát řízek se salátem!“ Pro kuchaře to znamená připravit pět řízků a pět porcí salátu.

Mimochodem, tyto příklady vypadají jako velmi triviální, jasné a průhledné, ne-li dokonce poněkud naivní. Ale o tu jasnost a průhlednost přece jde. Kdyby se nám učitelům podařilo najít na všechny (zdánlivě) složité věci jednoduchá a jasná přirovnání, průhledné „samozřejmé“ příklady a naprosto triviální, dávno známé analogie, ubylo by ve škole mnoho potíží. A všimli jste si, že se celá matematika vlastně opírá o samé jasné a samozřejmé skutečnosti a staví na nich? Jde jen o to, abychom o tom co nejdříve dokázali přesvědčit i žáky.

Napadá mě ještě jeden příklad, i když jde o látku vyšších tříd. Kalorimetrická rovnice. Ta není ničím jiným, než pomocí matematického jazyka vyjádřené triviality, že „teplo odevzdané teplejším tělesem chladnějšímu je teplo, přijaté chladnějším tělesem od teplejšího“. Je to úplně stejně triviální, jako věta „peníze, které dává kupující prodáváči, jsou peníze, které prodáváč od kupujícího

přijímá“. Nebo – jako o pár řádků výš – „dal-li mu o tři méně, zbylo mu o tři víc“.

Měli bychom se více zamýšlet nad podobnými příležitostmi. A nenechme se odradit tím, že naše příklady a analogie budou třeba někdy mírně pokulhávat a že naše vyjadřování zpočátku možná ani nebude vždycky rigorózně přesné. Především musí být žákům srozumitelné. Žáci začátečníci, kteří časem dobře pochopí podstatu věci, sdělenou jim jazykem pro ně srozumitelným, přijdou brzy sami na to, jak je zapotřebí původní vyjádření postupně zpřesňovat.

Uvedená práce s rovnicemi a slovními úlohami k nim vedoucími nám přinesl ještě některé další poznatky, ale o těch se zmíním snad zase jindy, až se nové věci zažijí a usadí. Na závěr jen ještě podotknu, že tento způsob studenty velmi zaujal a jistě jim i poněkud usnadnil náročné pronikání do učební látky, která je tradičně chápána jako ne zrovna příliš jednoduchá.

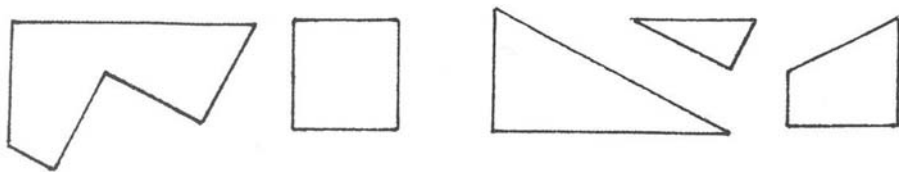
ROZVÍJENÍ PŘEDSTAVIVOSTI MENTÁLNÍ MANIPULACÍ

Jaroslav Perný

Příspěvek popisuje dílnu, která byla realizována na konferenci „Jak učit matematice žáky ve věku 11–15 let“ 2009 v Litomyšli. Účastníci se prakticky zabývali několika problémovými situacemi, které mohou napomáhat rozvoji geometrické představivosti žáků, zejména takovými, které využívaly tzv. „mentální manipulace“ s objekty, což je řešení pouze v mysli člověka, přičemž často dochází ke skládání či otáčení objektu právě jen v představě.

První úlohovou situací (skupinou obdobných problémových úloh) byly tzv. **Geometrické skládaneky v rovině**, kdy každý účastník dostal „univerzální“ soubor 5 obrazců vystříhaných z papíru (viz obr. 1), ze kterých má být složen postupně:

a) čtverec, b) obdélník, c) trojúhelník, d) rovnoběžník, e) lichoběžník, f) různoběžník. Přitom musí být použity všechny díly souboru. (viz [1])



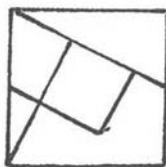
Obr. 1

Soubor obrazců může být z papíru nebo z plastu. Základem je čtverec 10×10 cm rozstříhaný podle obr. 2 a) (dělicí čáry směřují z vrcholů do středů stran čtverce). Pokud je úloha zadávána mladším žákům, je možno útvary d), e), f) zadat úlohou „hledejte další útvary, které lze z daného souboru obrazců sestavit“, nebo tvar zmíněných útvarů zadat obrázkem.

Řešení na obr. 2.

Jiným typem **skládanek v rovině** je úlohová situace (problém), kdy účastníci mají vytvořit všechna rovinná „tetramina“, tj. obrazce ze 4 shodných čtverců, které mají společnou stranu. Zde už se uplatňuje řešení pomocí mentální manipulace s objekty, tj. pouze v mysli.

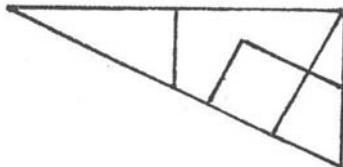
a) čtverec



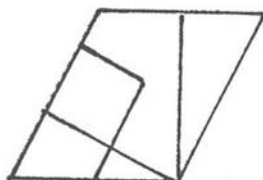
b) obdélník



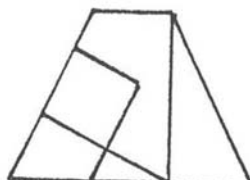
c) trojúhelník



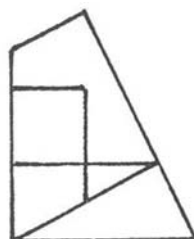
d) kosodélník



e) lichoběžník

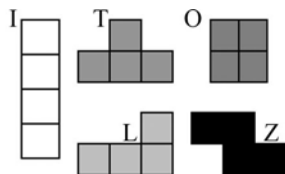
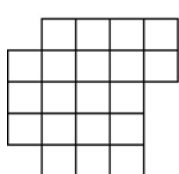


f) různoběžník

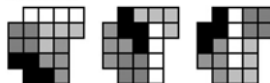


Obr. 2

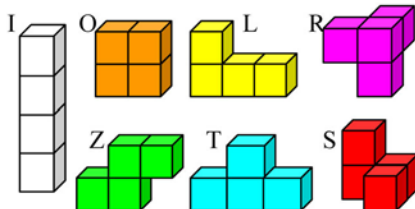
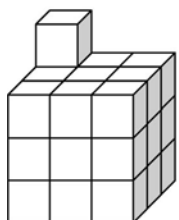
Lze pak z těch rovinných papírových tetramin složit obrazec vlevo? Kolika způsoby? (viz [2])



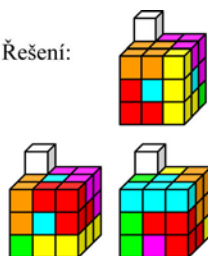
Řešení:



Tato úlohová situace (problém) má obdobu **skládánek v prostoru**, kdy mají vytvořit všechna prostorová „tetramina“, tj. tělesa složená ze 4 shodných krychlí, které mají společnou stěnu. Lze pak z těchto prostorových tetramin složit těleso vlevo? Kolika způsoby? (viz [2])



Řešení:

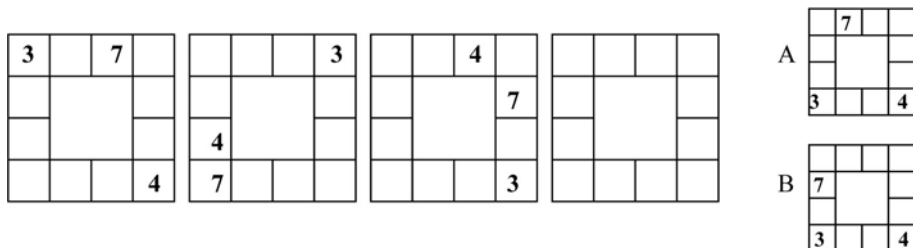


Další úlohovou (problémovou) situací jsou různé **hádanky a hlavolamy**. Zde opět hraje velkou roli mentální manipulace s objekty. Opět mohou být v rovině i v prostoru. Takže např. **v rovině** mají účastníci řešit:

1. Který čtverec bude následovat za třemi velkými? Vyber ten správný ze tří malých čtverců.

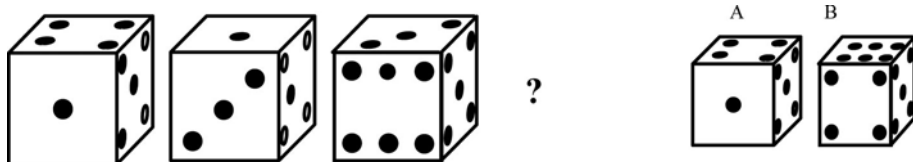


2. Které uspořádání čísel lze dosadit do nevyplněného rámečku?

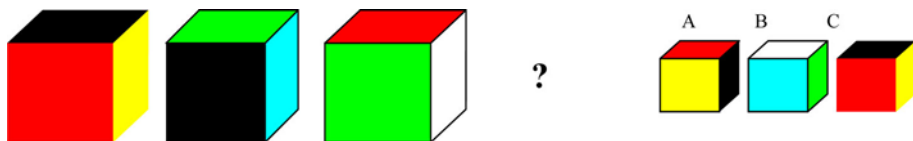


V prostoru mají potom řešit:

1. Která krychle bude následovat za třemi velkými? Vyber tu správnou ze 2 malých krychlí.

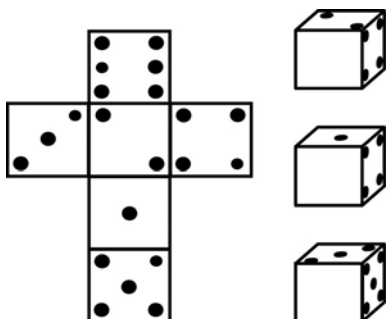


2. Která krychle bude následovat za třemi velkými? Vyber tu správnou ze tří malých krychlí.

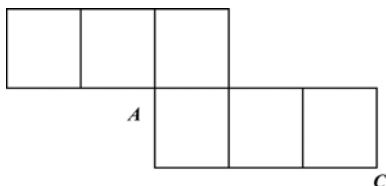


Další skupinou úloh, kde se uplatňuje mentální manipulace s objekty jsou úlohové (problémové) situace se **sítěmi těles**. Zde např. účastníci řeší: (viz [2])

1. Doplní přední stěnu krychle dle přiložené sítě.



2. Doplní označení vrcholů na síti krychle $ABCDEFGH$

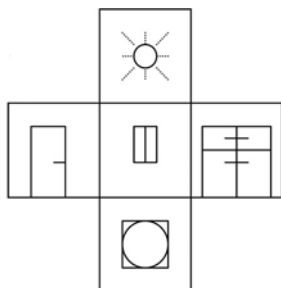


Při jiné problémové situaci žák pouze v představě manipuluje **se sítí** a skládá z ní příslušné těleso. V našem případě jde o neúplnou síť tělesa („vnitřku“, bez jedné stěny), která je představena jako síť pokoje ve tvaru krychle nebo kvádru, do kterého se díváme chybějící stěnou a snažíme se v představě síť orientovat, tj. určit, která stěna je nahoře, která dole, atd. Jako jediný orientační výchozí bod je náčrt dveří na jedné ze stěn sítě. Žák má doplnit na další stěny sítě „stropní světlo“, „koberec na podlahu“, „okno“ a „skříň“ na bočních stěnách. Po dokreslení obrázků do sítě se může složením modelu tělesa přesvědčit o správnosti.

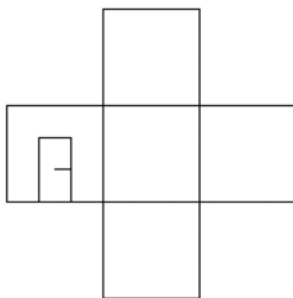
Umístěte:

Na podlaze je koberec, na stropě je světlo, na bočních stěnách postupně jsou dveře, okno a skříň.

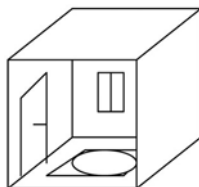
Např.:



do sítě pokoje:



odpovídá:



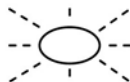
V případě sítě kvádra je možno vyžadovat orientaci většího počtu obrázků objektů:



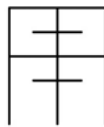
koberec od dveří



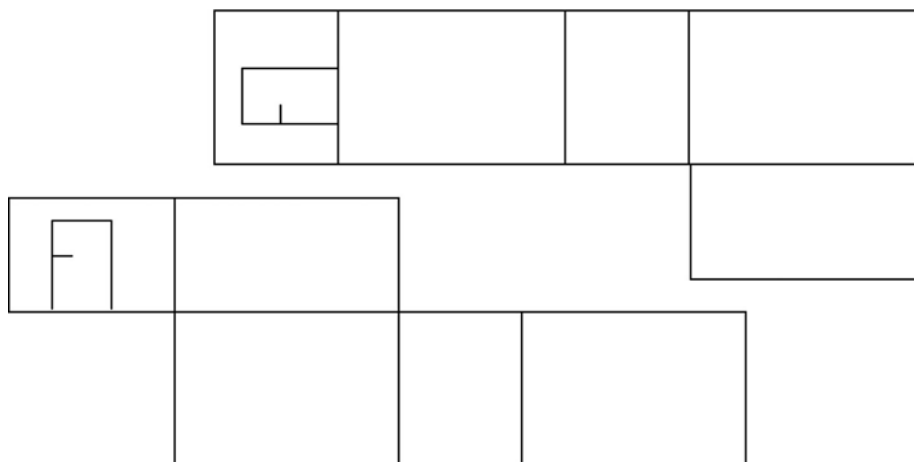
okno



světlo

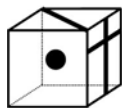


skříň

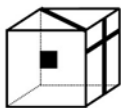


Další možností je problémová situace, kdy žák z předložené sítě pouze v představě vytváří model tělesa, na které mají „vnější“ stěny odlišné symboly a přiřazuje této síti jedno ze zobrazených či vymodelovaných těles. (viz [2])

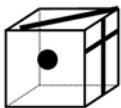
Kterou krychli můžeš sestavit z této sítě?



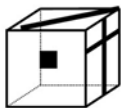
A



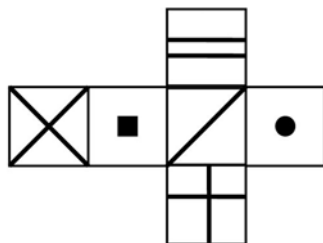
B



C

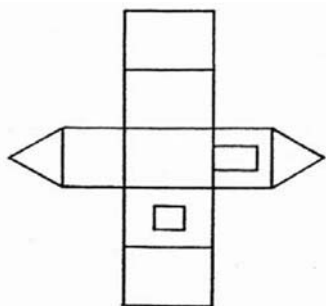


D



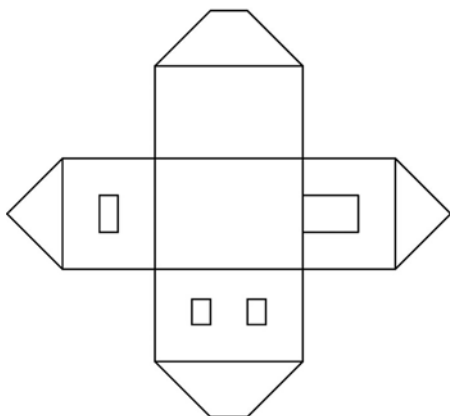
Řešení: B

Který domeček vznikl složením skládačky?

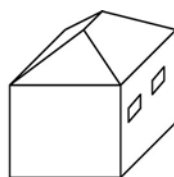
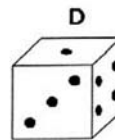
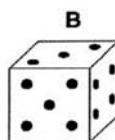
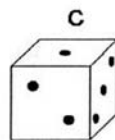
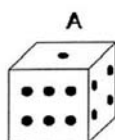
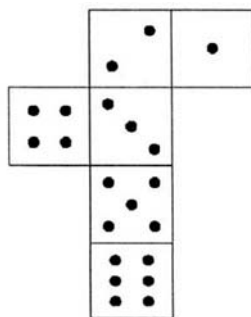


Řešení: B a C

Který domeček nevznikl složením skládačky?



Řešení: C



Řešení: A, B a C

Ukazuje se, že úroveň geometrické představivosti populace klesá. Jednou z možností jejího rozvíjení je záměrné působení při výuce ve školách. Z těchto důvodů předkládám našim studentům, budoucím učitelům i učitelům z praxe různé náměty a úlohy, které napomáhají rozvoji představivosti. V předložených úlohách se na řešení podílí mentální manipulace různou měrou, při skládkách méně. Tyto úlohy nejsou vázány pouze na hodiny geometrie, mohou být použity i při jiných hodinách matematiky, jako rozcvičky nebo relaxační úlohy. Nejsou vázány na zobrazovací metody, což je využitelné např. u žáků 1. stupně. Samozřejmě zařazování úloh záleží na vztahu učitele k této tématice, někteří se jí obávají a vyhýbají se jim. Přitom žáci tyto úlohy dle mé zkušenosti vítají. Při řešení úloh se rozvíjí důležité kompetence žáků, jako řešení problémů, rozvíjení geometrické představivosti a tím také celkový rozvoj osobnosti žáka.

LITERATURA

- [1] Jarkovská, Z. *Geometrická skládanka*. Semestrální práce, Liberec 2002.
- [2] Perný, J. *Tvořivostí k prostorové představivosti*. TU Liberec, 2004. s. 1–77. ISBN 80-7083-802-7.

FINANČNÍ MATEMATIKA NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Jana Plíšková

Dílna byla připravena jako ukázka prací učitele a žáků s tématy, která se přímo dotýkají běžného života a ve velké míře finanční matematiky. Byly představeny práce žáků, které byly zpracovány dobře a s velkým porozuměním, ale i práce, které ukazovaly na nedokonalou orientaci dítěte v otázkách nejen finanční matematiky a daly tak podnět k plodné diskuzi a vysvětlení pojmů a vztahů.

ÚVOD

Jsem učitelkou matematiky a fyziky na 2. stupni ZŠ. Pracovat s úlohami, které nepřináší učebnice, ale život kolem nás, jsem se rozhodla až po několikaleté praxi, když jsem vychovávala žáky své tehdejší třídy a přistoupila na hru otázek: „K čemu nám to bude?“. Začala jsem sbírat zkušenosti z různých pracovních oborů, a připravovat tak žáky na výběr povolání. Práce a úkoly, kterým se nyní říká projekty, jsem zprvu zadávala bez přílišné předchozí rozvahy. Při výuce se rozvíjely debaty, při kterých jsme se dostávali do oblastí, které naznačovaly různost chápání a při nichž jsem občas zadala úkol cosi zjistit, propočítat nebo vyzkoušet. Až vyhodnocování zadaných úkolů ukázalo velký význam takové práce. Tento přístup „bezhlavého zadání úlohy“ stále uznávám, protože každý žák je individualita, která potřebuje svůj prostor pro vyjádření, a často jeho cesta obohatí ostatní i mne. V průběhu času jsem však získala zkušenost, jaké reakce mohu od žáků očekávat a co mohu v zadání upřesnit, aby byly práce smysluplnější, zajímavější a měřitelnější.

Začala jsem zadávat řady návazných úloh a později i větší práce, kterým nyní již sama říkám projekty. Mezi klady takto zadávaných úloh patří samostatnost při vypracovávání, originalita v pochopení a jejich zpracování a seznámení žáků s oblastmi či prostředím, které právě je zajímají nebo jsou jim blízké. Často se mi tak podařilo zapojit i rodiče do práce vedoucí ke zjištění informací, a tím přispět k větší informovanosti dětí o problematice rodinného života. Omylů žáků při pochopení úlohy využívám v rozborech vhodnosti výběru témat, řešení, ukázkách jiných přístupů a při motivaci k další práci. Různorodost prací napomáhá i k motivaci slabších žáků a dává možnost je vyzdvihnout například za volbu témat či preciznost zpracování, přestože ostatní stránky práce nejsou nejlepší. Individuálním řešením je nutné věnovat větší časový prostor na zpracování i na

vyhodnocení, proto nepovažuji za vhodné zadávat příliš mnoho takových úloh v krátkém časovém sledu. V poslední době jsem částečně ustoupila i od klasifikace a při hodnocení využívám formy pochval a zveřejnění úspěšných prací. Podle potřeby, tématu, obtížnosti či rozsahu práce volím různé formy zadávání úloh: k vypracování ve škole či doma, pro samostatné zpracování či práci ve skupinách. Některá témata (např. statistiku) jsem zpracovávala několika různými dětem dostupnými metodami. Nejprve ve škole, pak ve skupinách, následně ve skupinách doma, doma samostatně a pro úplnost i s využitím výpočetní techniky. V následujících částech tohoto příspěvku popíšu čtyři své nejúspěšnější projekty.

I. PROJEKT : TROJČLENKA (7. ROČNÍK)

Oblast zadaných úloh je zdánlivě velice široká, ve skutečnosti však spolu úlohy úzce souvisí. Jedná se o přímou a nepřímou úměrnost, procenta a finanční matematiku. Je to můj nejstarší projekt. Původním záměrem bylo ukázat žákům složitost tvorby slovních úloh a učit je přesnému vyjadřování. Tato snaha byla následně spojena s cílem dokázat, že matematika základní školy je matematikou potřebnou pro běžný život. Výsledkem projektu jsou individuální práce a zadávám ho v několika krocích v sedmém ročníku ZŠ.

Po vysvětlení přímé a nepřímé úměrnosti a seznámení se s možností řešení těchto úloh pomocí trojčlenky ukládám žákům první úkol.

1. úkol: Přečti si nějaký článek v časopise, novinách atp. a z informací v něm obsažených formuluj a vypočítej slovní úlohu na přímou úměrnost.

Žákům stanovím formu výstupu. Zpravidla požaduji vybraný článek vystříhnout, nalepit na papír formátu A4 a na stejný papír i úlohu zapsat a vyřešit. Doba na vypracování je jeden týden. Takto zadaný úkol skrývá nečekané možnosti věnovat se různým tématům, která se objeví po vypracování. Nikdy se nedá odhadnout, jaká témata si žáci vyberou, a tím je tato práce zajímavá a tvořivá i pro nás, učitele.

Složitějším úkolem pro žáky je vytvořit úlohu na nepřímou úměrnost, proto tento úkol zadávám pouze jako doplňkový „pro zájemce“.

Druhou fází projektu je, po seznámení žáků s procenty, obdobná úloha.

2. úkol: Podobně jako u prvního úkolu najdi článek v novinách nebo v časopisu a z jeho textu sestav a následně vyřeš slovní úlohu na procenta.

Doba vypracování je opět jeden týden. Zde se nejčastěji vyskytují úlohy čerpající z letáků obchodů nabízejících slevy. Proto zařazují opět úkol „pro zájemce“, najít klamavou reklamu, tedy reklamu, v níž je uvedena sleva v procentech, která neodpovídá zmiňované ceně. O možnostech vedené diskuze se snad nemusím zmiňovat.

Třetí fáze předpokládá seznámení s minimálními znalostmi finanční matematiky, tedy s pojmy vklad, úrok a úroková sazba. Můžeme opominout daň z úroku, kterou ponecháme do vyššího ročníku.

3. úkol: Máš fiktivních 10 000 Kč. Ulož je na dobu jednoho roku do nějaké banky či spořitelny a vypočítej, kolik korun tímto vkladem za jeden rok získáš. Své rozhodnutí dokumentuj nabídkou zmíněného finančního ústavu.

Tento úkol je možné zadat na dva i více týdnů. Žáci potřebné informace hledají na internetu, či ve výpisech, které vlastní každá rodina. Najdou se i žáci, kteří se snaží uložit peníze do všech dostupných finančních úřadů a vklady porovnat. Tím mi umožní vést diskuzi o dané problematice. Tuto snahu motivuji soutěží, kdo uloží peníze nejvýhodněji.

ZKUŠENOSTI S PROJEKTEM

Žáci podobnou formu vítají. Mohou se realizovat a něčím vyniknout. Proto se snažím i na chybně řešených úlohách najít nějaký klad, který vyzdvihnu a autora pochválím. Může jím být zvolené zajímavé téma, forma zpracování či úprava. Protože se jedná o individuální úkol, nestává se mi, že by ho žáci opisovali ve škole před vyučováním. Naopak je ve většině případů vypracován včas a samostatně. Některé práce svým obsahem předčily moje očekávání. Setkala jsem se s vtipným zadáním, kdy se dluhy splácely porodným, řešily se případy hromadných sňatků, ale i vlastnictví střelných zbraní apod. Objevila se i sebekritika, a to v případě, že někteří žáci ponechali úkol „na poslední chvíli“ a nebyli schopni si zajistit potřebné údaje. V poslední části mnozí žáci uložili peníze do mnoha bank dostupných na našem trhu. Ukládali ale také do pojišťoven či stavebních spořitelen, a to umožnilo vysvětlit některé pojmy, se kterými se v životě budou setkávat.

Tuto řadu individuálních domácích úkolů je možné doplnit i o plánování rodinné dovolené a využití znalosti měřítka mapy, ale to je téma vhodné pro samostatný projekt.

Velmi výrazným kladem právě popsaného projektu je zapojení rodiny. Stává se, že žáci využívají informací o financích vlastní rodiny a s rodiči vedou o dané problematice diskuzi. V současné době má již řada z nich vlastní účet, který si spravují, a to mne vedlo k dalšímu doplnění projektu v následném ročníku, kdy si žáci hledají a vybírají vhodnou banku pro svůj studentský účet.

II. PROJEKT: STATISTIKA (8., 9. ROČNÍK)

1. krok – 1. hodina: Vysvětlení problematiky, cíl, užití.

2. krok – 2. hodina: Nejprve se seznamujeme ve třídě se statistickým šetřením na příkladu výpočtu známek z matematiky. Protože si přehledy známek a jejich aritmetický průměr dělají žáci již několik let sami, připadá jim učivo jednoduché

a známé. Diagram jim pak viditelně ukazuje výsledky jejich práce. Setkáváme se s prvním problémem, jak použít získané vědomosti o úhlech při práci s dělením kruhu pro užití v kruhovém diagramu. U některých slabších žáků jsme museli použít trojčlenku k výpočtu velikosti příslušné části kruhu, která odpovídala počtu procent.

3. krok – 3. hodina: V další části se žáci formou skupinové práce zabývají šetřením nějakého jevu ve třídě. Obvykle volí témata týkající se barvy triček, očí, velikostí bot atd. Volbě ponechávám volnost a teprve po zpracování šetření je vedena diskuse o využitelnosti zvoleného tématu a formě zpracování. Sami žáci pak odůvodňují volbu tématu svého šetření takto: velikost bot využije obuvník, bude vědět, kterých bot má vyrobit nejvíce, stejně tak oblíbená barva trička. Většinou nenachází uplatnění pro barvu očí či vlasů, i když se ozývají návrhy využití pro výrobce barev na vlasy či barevných očních čoček. Šetření tohoto typu ponechávám jako zajímavý průzkum.

4. krok – Projekt A: Třetím úkolem bývá sledování nějakého jevu ve škole. Předem se žáky domluvíme tématu a ošetříme u kolegů, pokud žáci vstupují do vyučovacích hodin. Jedná se opět o skupinovou práci. Některé skupiny si vyberou téma samy, nerozhodným pomáhám. Skupiny zpracovávají např. témata: volba SŠ v devátém ročníku, počet zaměstnanců ve škole a jejich pracovní zařazení, docházka žáků na obědy atd.

U těchto prací porovnávám vhodnost a způsob zpracování. Stalo se, že jedna skupina se rozhodla zjistit, jestli zájem žáků o obědy ve školní jídelně opadá s věkem. Svoje šetření si nevhodně rozdrobila na jednotlivé třídy a nevěděla, jak informace celkově vyhodnotit a zpracovat. S mojí nápovědou si rozdělila žáky do věkových skupin a tím získala přehled, zda se s rostoucím věkem žáci odhlašují z obědů. Žáci tedy mají možnost při třetí a čtvrté hodině porovnat a posoudit využitelnost zvoleného tématu a zvoleného zpracování a získané poznatky pak dále využít při samostatné domácí práci.

Hodnocení volím formou slovní, o tématech a zpracování vedeme s žáky diskuzi.

5. krok – Projekt B: V poslední fázi žákům zadávám úkol zabývat se statistickým šetřením v jejich okolí. Zpracování provádí jednotlivci a vyčleňují na něj více času (asi dva až tři týdny). Práce bývají po odevzdání vyvěšeny na nástěnku, kde si je všichni mohou prohlédnout. Následně v třídním kolektivu opět diskutujeme o vhodnosti témat, využití šetření a způsobu jejich zpracování. Ke zpracování šetření doporučuji připravit jednotný pracovní list.

III. PROJEKT: KAM NA ŠKOLU V PŘÍRODĚ? (8., 9. ROČNÍK)

Nyní bych chtěla uvést svůj první příklad vzájemné mezipředmětové spolupráce s kolegy při realizaci projektu „Kam na školu v přírodě?“.

Nápad uskutečnit tento projekt se zrodil při školení na kurzech ESF, které má za cíl ukázat učitelům matematiky nové přístupy k výuce, a to nejen matematiky. Právě v rámci tohoto školení jsme se snažili připravit projekt s názvem „Kam na výlet?“. Poprvé jsem se tak sama setkala s důkladnou přípravou zadávacího listu pro učitele i pro žáky včetně podrobného rozboru kompetencí, zapojení průřezových témat a co pro mne bylo to nejdůležitější, s přípravou projektu, který zahrnoval více oblastí a předpokládal mezipředmětovou spolupráci kolegů. Využila jsem nabytých zkušeností, a tak vznikl projekt „Kam na školu v přírodě?“. Toto téma jsem zpracovala pro žáky naší školy s cílem zjistit, ve kterých rekreačních zařízeních je možné zajistit školu v přírodě pro větší skupinu dětí. Vše jsem připravila, a tak nebylo těžké se s kolegy dohodnout na spolupráci.

Rozhodli jsme se projekt zadat žákům 8. ročníků, kteří se již s obdobnou prací setkali a navíc mají i poměrně reálný odhad, co vše je potřeba k uskutečnění školy v přírodě.

Projekt byl zahájen v hodině rodinné výchovy. Žáci si povídali, co na které škole v přírodě zažili, co se jim líbilo, co by chtěli vidět, v jakém prostředí by se jim škola v přírodě líbila. Součástí hodiny byla i diskuze o tom, co vše je třeba zjistit a zajistit pro tak velkou akci. Žáci se nejdříve rozdělili do pracovních skupin po 3 až 5 žácích. V první fázi se domlouvali, co od akce očekávají a kam by se rádi podívali. Rozdělili si úkoly, kdo jaké informace zjistí. Následně byl žákům v hodině výpočetní techniky umožněn přístup na internet, kde se snažili vyhledat vhodné objekty a zjistit potřebné kontakty, ceny, vybavení. V hodině matematiky jsme se zabývali propočty nákladů, cestovného, vzdálenostmi apod. Na závěr pak žáci v hodině výtvarné výchovy vytvářeli katalogy pro „svoji“ školu v přírodě.

Motivací pro žáky bylo vyhlášení soutěže o nejzajímavější připravenou školu v přírodě. Odměnou pro vítěze byl slib, že se pokusíme jejich školu v přírodě uskutečnit.

Odevzdání prací bylo spojeno se slovní prezentací, při které nás žáci udivovali nápaditostí, výmluvností či videonahrávkou ze zvoleného místa. Nejdříve proběhlo žákovské hlasování o nejzajímavější školu v přírodě, pak jsme hodnotili my, učitelé.

ZKUŠENOSTI S PROJEKTEM

U takto připraveného projektu není důležité, jestli žáci na závěr získají známku, ale že se seznámí s problematikou přípravy akce pro skupinu osob. Vyzkouší si smysluplné využití výpočetní techniky, zvládnou propočítání nákladů, zjistí zajímavosti o různých místech a v neposlední řadě se učí komunikovat v pracovní skupině, rozdělovat si spravedlivě práci, hodnotit přínos jednotlivců pro práci skupiny či prezentovat svoji práci před ostatními. Učí se i posuzovat přednosti

a výhody zvoleného místa, odlišovat důležité a nepodstatné informace. I když byl žákům dán prostor pro práci ve škole, využili i možnost získávat informace doma, ve městě, do vybraných zařízení i telefonovali, kontaktovali autodopravce.

Úroveň zpracování byla samozřejmě různá. Některé skupiny zvolily zpracování pomocí počítače, fotografií, webových stránek zvoleného zařízení, jiné pracovaly více otázkou náplně týdenního pobytu. Překvapením nejen pro nás byla videonahrávka, která ukázala rekreační zařízení a jeho okolí.

Přestože se některým skupinám práce nepovedla k plné spokojenosti, věřím, že tento projekt byl pro všechny žáky velkým přínosem. Byl přínosem nejen pro žáky, ale i pro nás, učitele, a to proto, že jsme si vyzkoušeli vzájemnou spolupráci ve více předmětech, kde by nás zřejmě dříve společná práce nenapadla. Navíc jsme pro školu získali materiál, který můžeme dále využívat. Tímto projektem jsme také předvedli možnost zařazení průřezových témat do výuky nenásilnou formou.

Školu v přírodě, která měla největší ohlas a úspěch u žáků, jsme uskutečnili a všem, dětem i nám, se opravdu líbila.

IV. PROJEKT: MATEMATIKA V BĚŽNÉM ŽIVOTĚ (7., 8., 9. ROČNÍK)

Při výuce se stále snažím ukazovat žákům, kde se mohou s matematikou v běžném životě setkat. Vymýšlím úlohy, projekty, místa pro vhodné exkurze. Toto snažení mne dovedlo k nápadu, nechat žáky sjednotit jejich poznatky a prezentovat je formou posteru. Jako motivaci jsem použila nápad základní školy v Uherském Hradišti udělat matematickou rozhlednu. Na ní žáci pomyslně stoupají, při cestě si upevňují matematické kompetence a na jejím vrcholu, v devátém ročníku, se rozhlíží do okolí a dotváří si představu o tom, kde v životě se s matematikou setkají. Při postupu na vrchol rozhledny se žáci též rozhlíží z jednotlivých pater, projekt jsem tedy rozšířila, s omezenými tématy, i v 7. a 8. ročníku. Témata pro toto zpracování jsem zvolila podle zvládnutého učiva.

ZKUŠENOSTI S PROJEKTEM

Tento projekt jsme uskutečnili s kolegy zatím pouze jednou a byl první spoluprací tohoto druhu všech učitelů matematiky na naší škole. Zadali jsme ho ve stejnou dobu ve všech zvolených ročnících. Získané materiály pak obohatily naši matematickou školní nástěnku.

ZÁVĚR

Mým velkým přáním je, aby se všichni žáci dobře orientovali v reálném životě, ve kterém je matematika provází na každém kroku a aby měli rádi matematiku alespoň v takové míře, aby na hodiny strávené ve školních lavicích vzpomí-

nali v dobrém, přestože hodnocení na vysvědčení, které jim musím udělit, není mnohdy příliš lichotivé.

Přeji i čtenářům krásný pocit ze smysluplné práce. Těším se na případné reakce a náměty.

FINANČNÁ GRAMOTNOSŤ VO VZDELÁVACOM SYSTÉME SLOVENSKEJ REPUBLIKY (IMPLEMENTÁCIA FINANČNÉHO VZDELÁVANIA V MATEMATIKE ISCED 2)

Monika Reiterová, Jozef Kuzma

ÚVOD

V celosvetovom meradle sú vedomosti o osobnom finančnom manažmente na nízkej úrovni. Javí sa to ako globálny problém, na ktorý sa Organizácia pre hospodársku spoluprácu a rozvoj (OECD) rozhodla reagovať a iniciovala zostavenie komisie, ktorá mala za úlohu vypracovať princípy finančného vzdelávania. Zámerom bolo vypracovať program finančného vzdelávania, ktorý by sa mal v nejakej podobe implementovať do vzdelávacieho systému každého členského štátu OECD.

V jeho rámci by sa mali žiaci počas základného vzdelávania oboznámiť so základnými princípmi manažmentu osobných financií. Najmä mladí ľudia na prahu dospelosti by sa mali naučiť, ako budú spravovať svoje financie ešte predtým, ako začnú zarábať a míňať peniaze. Existujú na to prinajmenšom tri dôvody:

- Stúpa počet občanov, ktorí okrem štátneho starobného dôchodku budú poberať dôchodok aj z alternatívnych zdrojov. Budú vedieť investovať rozumne?
- Mnoho mladých ľudí čerpá spotrebné úvery a používa kreditné karty. Narastá im dlh práve v čase, kedy by si mali založiť rodinu a riešiť vlastné bývanie.
- Väčšina finančných transakcií sa dnes realizuje elektronicky. Napriek tomu existujú skupiny obyvateľstva, ktoré z rôznych príčin nemajú otvorený osobný účet v banke. Sú preto vylúčení z mnohých finančných produktov, ktoré by im mohli byť z hľadiska efektivity využívania financií užitočné.

Štúdia OECD podčiarkuje význam finančného vzdelávania a odporúča vládám, aby svojim občanom vysvetlili, že finančné vzdelávanie nie je určené len pre investorov, ale predovšetkým pre každú rodinu, ktorá chce zaplatiť bývanie, vzdelanie pre deti a dôchodok pre rodičov. Okrem toho si je potrebné uvedomiť, že každý človek v rôznych etapách svojho života potrebuje iné typy finančných produktov. Tomu musí zodpovedať aj vzdelávanie zamerané na rôzne cieľové skupiny, napríklad z hľadiska veku. Navyše informácie vo vzdelávacích programoch musia byť formulované jednoducho a zrozumiteľne, s minimalizáciou odborných výrazov.

FINANČNÁ GRAMOTNOSŤ V SLOVENSKEJ REPUBLIKE

Faktom zostáva, že ľudia rozumejú peniazom omnoho menej ako treba. Vo finančných otázkach sa Slováci príliš neorientujú. Vyplynulo to z prieskumu Slovenskej bankovej asociácie, ktorá ho realizovala v septembri a začiatkom októbra 2007 na vzorke 1 107 respondentov, pričom každý z nich musel byť klientom aspoň jednej banky. Výsledná 56% úspešnosť účastníkov prieskumu nenaplnila očakávania. Je však potrebné uviesť, že prieskum bol viac orientovaný na bankovníctvo a služby ním poskytované. Výskum, ktorý by hodnotil komplexne úroveň finančnej gramotnosti, nebol zatiaľ na Slovensku realizovaný.

Pod pojmom finančná gramotnosť rozumieme „schopnosť využívať poznatky, zručnosti a skúsenosti na efektívne riadenie vlastných finančných zdrojov s cieľom zaistiť celoživotné finančné zabezpečenie seba a svojej domácnosti“. [1]

Slovenská republika reagovala na iniciatívu OECD a od školského roku 2009/2010 sa na školách začína realizovať vzdelávanie aj v oblasti finančnej gramotnosti. Vychádza sa pritom zo schváleného materiálu – Národný štandard finančnej gramotnosti verzia 1.0.

Zámerom vzdelávania v tejto oblasti je, aby každý občan mohol disponovať takými poznatkami, zručnosťami a skúsenosťami, ktoré mu umožnia nepretržite rozširovať svoje vedomosti o osobných financiách podľa toho, ako sa menia jeho zodpovednosti a príležitosti. Preto súčasný absolvent strednej školy nemôže vykazovať rovnaký stupeň znalostí v oblasti osobných financií ako starší, finančne gramotný dospelý človek. Cieľom vzdelávania je, aby absolventi po ukončení strednej školy aspoň vo všeobecnosti chápali všetky kľúčové aspekty osobných financií, boli schopní samostatne nájsť a použiť informácie potrebné pri špecifických finančných výzvach, s ktorými sa môžu v živote stretnúť. S finančným vzdelávaním začíname už na prvom stupni základnej školy (ISCED 1), pokračujeme na druhom stupni základnej školy (ISCED 2) a vedomosti a zručnosti sa dobudujú na strednej škole (ISCED 3).

V Národnom štandarde finančného vzdelávania verzia 1.0 je navrhnutých sedem vybraných kategórií finančnej gramotnosti: Človek vo sfére peňazí; Finančná zodpovednosť a prijímanie rozhodnutí; Zabezpečenie peňazí pre uspokojovanie

životných potrieb – príjem a práca; Plánovanie a hospodárenie s peniazmi; Úver a dlh; Sporenie a investovanie; Riadenie rizika a poistenie. Tieto kategórie sú rozpracované do celkových a čiastkových kompetencií pre jednotlivé stupne vzdelávania (ISCED 1, ISCED 2, ISCED 3). Obsah tém finančnej gramotnosti môže byť v rámci školských vzdelávacích programov začlenený priamo do obsahu všeobecno-vzdelávacích predmetov (matematika, občianska náuka, etická výchova, slovenský jazyk, cudzie jazyky, geografia, dejepis a iné), prípadne ďalších predmetov základných a stredných škôl. Môže byť vytvorený aj samostatný predmet, ktorý by sa zameriaval na problematiku finančného vzdelávania.

Národný štandard finančnej gramotnosti verzia 1.0 je koncipovaný z pozície človeka a jeho vzťahu k spoločnosti, zameriava sa predovšetkým na hodnotový systém človeka a jeho prepojenie so spoločnosťou.

V ďalšej časti sa vzhľadom na zameranie konferencie sústredíme na čiastkové kompetencie a očakávania z nich vyplývajúce, ktoré opisujú vybrané poznatky, zručnosti a skúsenosti z oblasti finančnej gramotnosti žiakov vo veku 10–15 rokov (ISCED 2). Uvádzame vybrané požiadavky v rámci výstupového štandardu, ktoré je možné rozvíjať v rámci vyučovania matematiky. Pre väčšiu názornosť a konkretizáciu uvádzame aj zodpovedajúci príklad.

FINANČNÁ ZODPOVEDNOSŤ A PRIJÍMANIE ROZHODNUTÍ

Očakávania, že žiak je schopný:

- Analyzovať a hodnotiť reklamné tvrdenia.

Príklad:

V obchode chcete kúpiť čokoládové tyčinky. Natrafíte na leták, kde je uvedené: balenie 3 + 1 zdarma, cena za balenie 1 €. V regáli však nájdete tyčinky aj po jednotlivých kusoch, cena za kus 0,29 €. Máte sa rozhodnúť, či kúpite čokoládové tyčinky v balení alebo jednotlivo.

Pozn.: Pri rozhodovaní záleží na tom, aký počet čokoládových tyčíniek ste mali v úmysle kúpiť. Na základe toho diskutujte o riešení úlohy, argumentujte a zdôvodňujte svoje tvrdenia.

- Uviesť internetové a tlačové zdroje informácií o produktoch a vymenovať silné a slabé stránky každého z nich.

Príklad:

V parfumérii kúpite istú dámsku toaletnú vodu za 53,89 €. Tú istú dámsku toaletnú vodu ponúka internetový obchod za 32,49 €. Rozhodnite sa, kde kúpite dámsku toaletnú vodu. Svoje rozhodnutie zdôvodnite. Uveďte klady a zápory nákupu v bežnom obchode a v internetovom obchode.

- Zoradiť osobné finančné ciele podľa ich priority, stanoviť si krátkodobé a strednodobé finančné ciele.

Príklad:

Žiačka Katka si každý mesiac dokáže ušetriť istú sumu peňazí. Doteraz si našetřila 125 €. Jej pravidelné mesačné príjmy sú vo výške 32 €, pravidelné stabilné výdavky vo výške 15 €, kontrolovateľné výdavky vo výške 12 €. Chcela by v budúcnosti študovať na vysokej škole, o tri roky dokončiť štúdium štátnou skúškou na jazykovej škole, budúci rok by chcela ísť zo školy na lyžiarsky výcvik, už dávno túži po vlastnom notebooku a musí myslieť aj na blížiacu sa Vianoce. Zoradte Katkine finančné ciele podľa ich priority a stanovte krátkodobé a strednodobé finančné ciele.

- Použiť finančnú alebo internetovú kalkulačku na stanovenie nákladov na dosiahnutie strednodobého cieľa.

Príklad:

Rodina Kráľová žije v rodinnom dome. Pre ekonomickejšie hospodárenie sa rozhodli, že vymenia na dome všetky okná a zateplia celý dom. Nemajú však dostatok financií, preto uvažujú o pôžičke 10 000 €. Pomocou dostupných informácií na internete a finančných kalkulačiek stanovte náklady, ktoré bude musieť rodina Kráľová znášať v prípade, že jej pôžička bude poskytnutá (pracujte v skupinách a svoje výsledky prezentujte).

- Zhodnotiť výsledky finančného rozhodnutia, používať zodpovedné rozhodovanie pri strednodobých cieľoch.

Príklad:

V médiách bola prezentovaná informácia, že Slováci každoročne vynakladajú na vianočné darčeky čoraz viac financií. Niektorí to riešia nákupom na splátky, iní si dokonca berú spotrebné úvery. Diskutujte o správnosti rozhodnutia riešiť nákup vianočných darčiekov pomocou úveru.

- Uviesť príklady klamlivých alebo zavádzajúcich obchodných praktík, ktoré zakazuje zákon o ochrane spotrebiteľa.

Príklad:

V letáku je veľkými písmenami uvedená cena tovaru 12,35 €. Na spodnom okraji letáku je drobným písmom uvedené: *ceny sú uvedené bez DPH. Koľko € by ste v konečnom dôsledku zaplatili za tovar, ak sadzba DPH je 19 %?*

ZABEZPEČENIE PEŇAZÍ PRE USPOKOJOVANIE ŽIVOTNÝCH POTRIEB – PRÍJEM A PRÁCA

Očakávania, že žiak je schopný:

- Vysvetliť základné súvislosti zabezpečenia životných potrieb jednotlivca a rodiny.

Príklad:

Silvia je zamestnaná vo firme a jej čistý mesačný príjem je 950 €. Býva v prenajatom byte, za ktorý mesačne platí 400 €, má auto získané prostredníctvom finančného leasingu a mesačná splátka zaň je 166 €. Okrem toho si platí životné poistenie s mesačným poistným 34 €. Vo svojom finančnom pláne si naplánovala tieto ďalšie (kontrolovateľné) výdavky: prevádzka domácnosti – 60 €, prevádzka auta – 50 €, strava – 150 €, oblečenie – 60 €, zábava – 40 €. Zistite, či jej príjem pokryje náklady. V prípade zápornej odpovede navrhnete spôsob, akým by mohla situáciu riešiť.

- Definovať daň a vysvetliť rozdiel medzi daňou z pridanej hodnoty a daňou z príjmu.

Príklad:

Janko má staršiu sestru, ktorá si počas prázdnin privyrábala brigádou na kúpalisku. Jej hodinová sadzba bola 2,65 €. Koľko eur dostane, ak počas leta odpracovala 100 hodín? Nezabúdajte, že zamestnávateľ za ňu odvieďol 19% zrážkovú daň z príjmu.

PLÁNOVANIE A HOSPODÁRENIE S PENIAZMI

Očakávania, že žiak je schopný:

- Vypracovať denník osobných príjmov a výdavkov.

Príklad:

Vypracujte denník osobných príjmov a výdavkov Petra, ak viete, že jeho týždenné vreckové je 7 €, od starých rodičov dostáva mesačne 10 €. Každý mesiac si prispieva na úhradu faktúry za mobilný telefón 5 €, každý týždeň si kupuje časopisy spolu za 2,30 €, mesačne minie na občerstvenie 15 €. Určte, či je Peter na konci mesiaca v pluse (prebytok) alebo v mínuse (deficit). V každom prípade navrhnete, ako má Peter vzniknutú situáciu riešiť.

Vypracujte svoj vlastný denník osobných financií.

- Vypočítať percentá pripadajúce na hlavné kategórie výdavkov v rámci mesačného rodinného rozpočtu.

Príklad:

Vypočítajte percentá pripadajúce na hlavné kategórie výdavkov domácnosti v rámci mesačného rodinného rozpočtu:

<i>Príjem domácnosti</i>	<i>1 500 €</i>
<i>Nájom</i>	<i>250 €</i>
<i>Splátka pôžičky</i>	<i>350 €</i>
<i>Životné poistenie</i>	<i>80 €</i>
<i>Prevádzka domácnosti</i>	<i>70 €</i>
<i>Prevádzka auta</i>	<i>70 €</i>
<i>Strava</i>	<i>400 €</i>
<i>Oblečenie</i>	<i>70 €</i>
<i>Zábava</i>	<i>50 €</i>

- Uplatniť zodpovedné veku primerané rozhodovanie pri nákupe.

Príklad:

Vrátime sa k Petrovi. Zistili sme, že mu mesačne môže zostať 8,80 €. Peter by si chcel kúpiť značkové tenisky za 65,99 €. Je zjavné, že mu jeho mesačný príjem na to stačiť nebude. Ako môže Peter postupovať? (zvážte viacero alternatív)

- Prekontrolovať daň z pridanej hodnoty (DPH) na doklade o zaplatení nákupu.

Príklad:

Prekontrolujte správnosť výšky DPH, analyzujte možné chyby.

Na pokladničnom bloku je uvedené:

<i>Cena s daňou</i>	<i>3,73 EUR</i>
<i>Daň z pridanej hodnoty</i>	<i>0,60 EUR</i>
<i>Cena bez DPH</i>	<i>3,13 EUR</i>
<i>Základ dane</i>	<i>3,13 EUR</i>
<i>Zaplatené</i>	<i>3,73 EUR</i>
<i>Vrátené</i>	<i>0,27 EUR</i>

Dali ste si namontovať na okná žalúzie. Živnostník, ktorý prácu vykonal, Vám vystavil príjmový doklad:

Cena bez DPH 126,36 EUR DPH 29,64 EUR Cena s DPH 156 EUR

ÚVER A DLH

Očakávania, že žiak je schopný:

- Opísať výhody a nevýhody využívania úveru.

Príklad:

Uvedte, pre ktorý zo spotrebných úverov by ste sa rozhodli, ak viete, že ročná

úroková miera pri úvere A je 15,4 %, úver B má štvrtročnú úrokovú mieru 3,2 % a úver C má mesačnú úrokovú mieru 1,89 %. Svoje rozhodnutie zdôvodnite.

SPORENIE A INVESTOVANIE

Očakávania, že žiak je schopný:

- Vysvetliť hodnotu a význam „núdzového fondu“.

Priklad:

Vo všeobecnosti sa odporúča mať finančnú rezervu (núdzový fond) vo výške trojnásobku mesačných výdavkov. V akej výške by mala byť finančná rezerva domácnosti, ktorá má príjmy a výdavky uvedené nižšie?

<i>Príjem domácnosti</i>	<i>1 500 €</i>
<i>Nájom</i>	<i>250 €</i>
<i>Splátka pôžičky</i>	<i>350 €</i>
<i>Životné poistenie</i>	<i>80 €</i>
<i>Prevádzka domácnosti</i>	<i>70 €</i>
<i>Prevádzka auta</i>	<i>70 €</i>
<i>Strava</i>	<i>400 €</i>
<i>Oblečenie</i>	<i>70 €</i>
<i>Zábava</i>	<i>50 €</i>

RIADENIE RIZIKA A POISTENIE

Očakávania, že žiak je schopný:

- Vedieť vysvetliť existenciu vplyvov ekonomickej krízy na jednotlivca a rodinu.

Priklad:

Vrátime sa k rodine Kráľovej, ktorá požiadala o spotrebný úver vo výške 10 000 €. Pri poskytnutí úveru banka požaduje poistenie úveru pre prípad neschopnosti splácania úveru vplyvom nepriaznivých životných situácií (napr. smrť dlžníka, trvalá invalidita dlžníka, práceneschopnosť, strata zamestnania). Ponúka klientom niekoľko možností: uzatvorenie poistenia úveru v rámci úverovej zmluvy (mesačné poistné sa pohybuje okolo 4 €) alebo uzatvorenie životného poistenia s krytím požadovaných poistných rizík prostredníctvom partnerskej poisťovne (mesačné poistné je závislé najmä od výšky úveru, doby poistenia a veku poisteného, povedzme, že v našom prípade by sa mohlo pohybovať okolo 25 €). Aký druh poistenia by ste odporučili rodine Kráľovej? Zdôvodnite prečo. Diskutujte o výhodách a nevýhodách oboch druhov poistenia.

ZÁVER

Na konkrétnych príkladoch v príspevku sme sa snažili ukázať, že nie je dôležitá len výpočtová zručnosť žiakov, potrebné je rozvíjať aj logické myslenie, argumentáciu, využívanie rôznych zdrojov informácií a tímovú spoluprácu, čo sa dá realizovať aj na hodinách matematiky. Z kompetencií uvedených v Národnom štandarde finančnej gramotnosti verzia 1.0, ktorými by mali žiaci na konci druhého stupňa ZŠ disponovať, vyplýva, že primárnym cieľom finančného vzdelávania 10–15ročných žiakov je spoznávanie a stanovenie si životných hodnôt, formovanie postojov žiakov, porovnávanie, rozhodovanie, pestovanie zodpovednosti. To je to, s čím opúšťajú lavice základnej školy.

LITERATÚRA

- [1] *Národný štandard finančnej gramotnosti verzia 1.0.*
- [2] http://spravy.pravda.sk/sk_ekonomika.asp?c=A060411_102822_sk_pakcie_p01 (10. 9. 2009).
- [3] http://spravy.pravda.sk/sk_ekonomika.asp?c=A071105_142200_sk_pludia_p01 (10. 9. 2009).
- [4] <http://www.oecd.org> (10. 9. 2009).

TESTOVANIE MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI ŽIAKOV
9. ROČNÍKA ZŠ V SLOVENSKEJ REPUBLIKE
VÝSLEDKY ŽIAKOV 9. ROČNÍKA ZŠ
V ROKOCH 2008 A 2009

Viera Ringlerová, Tatiana Košinárová

Dôležitosť matematickej gramotnosti pre každodenný život je nesporná. Zistiť, ako žiaci vedia využiť naučené poznatky z matematiky v iných ako školských úlohách, bolo zámerom testovania matematickej gramotnosti. Príspevok informuje o cieľoch, špecifikácii testu, výsledkoch žiakov a analyzuje a interpretuje vybrané úlohy. Poukazuje aj na možnosti prepojenia v súčasnosti platných pedagogických dokumentov z matematiky s novým Štátnym vzdelávacím programom pre ISCED 2. Súčasťou príspevku sú odporúčania k skvalitňovaniu vyučovania matematiky.

ÚVOD

Testovanie matematickej gramotnosti žiakov 9. ročníka ZŠ sa v Slovenskej republike uskutočnilo dvakrát – v školskom roku 2007/2008 a 2008/2009. Prvýkrát bolo súčasťou testovania vedomostí a zručností žiakov 9. ročníka ZŠ *Testovanie 9*. Prvá časť testu bola certifikačná, druhá zameraná na zisťovanie výkonu odzrkadľujúceho matematickú gramotnosť žiakov. Testovania sa zúčastnila celá populácia žiakov 9. ročníka, pre spracovanie výsledkov z druhej časti testu sme urobili stratifikovaný výber. Druhé testovanie matematickej gramotnosti sa realizovalo na stratifikovanom výbere žiakov 9. ročníka ZŠ a konalo sa v inom termíne ako bolo certifikačné meranie.

„PISA chápe matematickú gramotnosť ako schopnosť rozpoznať a pochopiť úlohu matematiky vo svete, robiť zdôvodnené hodnotenia, používať matematiku spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmýšľajúceho občana.“ [7]

Podľa nášho názoru „Žiakov už nestačí naučiť čítať, písať, počítať. Je nevyhnutné, aby vedeli získané vedomosti aplikovať, lebo vedomosti bez schopnosti ich aplikácie nemajú nijaký význam. V súčasnosti sa žiaci stretávajú s veľkým množstvom informácií, ktoré treba vedieť spracovať, analyzovať, syntetizovať, hodnotiť, kriticky selektovať, použiť – aplikovať.“ [10]

CIEĽ TESTOVANIA

Slovenská republika sa zúčastnila troch cyklov testovania matematickej gramotnosti v rámci medzinárodnej štúdie OECD PISA v rokoch 2003 až 2009. „Pozícia Slovenskej republiky klesla z priemeru krajín OECD medzi krajiny s výkonom pod priemerom krajín OECD.“ [7] Preto sa stali závery a skúsenosti z tejto medzinárodnej štúdie východiskom testovania matematickej gramotnosti v našich podmienkach. Cieľom testovania matematickej gramotnosti bolo overiť, do akej miery sú žiaci 9. ročníka ZŠ schopní aplikovať matematické poznatky v úlohách, ktoré vychádzajú z kontextu bežného života, rešpektujúc obsah základného učiva. V úlohách sa sledovalo, či žiaci dokážu získať informácie z tabuliek, schém, grafov a diagramov, či ich dokážu správne použiť a pretransformovať do matematickej podoby.

ŠPECIFIKÁCIA TESTU

Testy matematickej gramotnosti boli zostavené tak, aby ich obsah úzko súvisel s realizovanou prestavbou vzdelávania, v ktorej sa zdôrazňuje požiadavka zvýšiť záujem žiakov o nové poznatky, viesť ich k práci s informáciami.

Formát testu v roku 2008 aj v roku 2009, vrátane jeho grafickej podoby, bol podobný testom PISA. Test obsahoval 15 otázok – prevažne otvorených, ktoré vychádzali z textových, grafických a tabuľkových zadaní a zdrojov informácií. Formát otvorených úloh sme využili na to, aby sme mohli sledovať spôsob uvažovania žiakov a techniku ich riešení. Otvorené úlohy sme hodnotili v škále od 0 do 3 bodov. Žiaci mali na riešenie 30 minút, v roku 2009 sme čas predĺžili o 15 minút. Pri riešení žiaci mohli používať kalkulačky. Odpovede vpisovali priamo do testovacích zošitov.

Test v roku 2008 obsahoval 4/5 otvorených položiek s tvorbou odpovede, tri položky boli s výberom odpovede.

V teste v roku 2009 bola tretina položiek uzavretá (väčšinou s výberom zo štyroch možností), ostatné položky boli otvorené s tvorbou odpovede.

Špecifikácia testu vychádzala podobne ako v medzinárodnej štúdii OECD PISA z troch základných komponentov:

1. *situácie v úlohách z reálneho života* (osobný život, škola, zamestnanie a voľný čas, spoločnosť, veda)

2. *rešpektovanie matematického obsahu*3. *kompetencie*

Jednotlivé úlohy v teste boli rozdelené do týchto štyroch oblastí: oblasť kvantity, oblasť priestor a tvar, oblasť zmena, vzťahy a závislosť a oblasť náhodnosť.

V roku 2008 mala najväčšie zastúpenie oblasť *zmena, vzťahy a závislosť*. V roku 2009 boli spomínané 4 oblasti zastúpené rovnomerne.

Z hľadiska matematickej gramotnosti nebolo úlohami v teste sledované len samotné ovládanie základných matematických vedomostí a zručností na hranici požiadaviek vzdelávacieho štandardu. Niektoré podnety predbiehali súčasne vyučovanie (napr. Turistika – čítanie informácií z grafu). Možno povedať, že skrývajú perspektívny obsah vyučovania.

VÝSLEDKY TESTOVANÍ MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

V roku 2008 dosiahli žiaci v teste priemernú úspešnosť 34,6 %, z čoho možno usúdiť, že pre žiakov, ktorí test písali, bol náročný. Väčšina žiakov 9. ročníka základnej školy len na nízkej úrovni dokáže logicky myslieť, analyzovať, hodnotiť, argumentovať a potvrdzovať svoje úsudky, postrehnúť dôležité informácie a skutočnosti v podnete úlohy (z textu, tabuľky, grafu, schémy). Čítanie podnetových a situačných matematických textov s porozumením je u väčšiny žiakov najväčším nedostatkom, ktorý spôsobuje takúto nízku dosiahnutú priemernú úspešnosť.

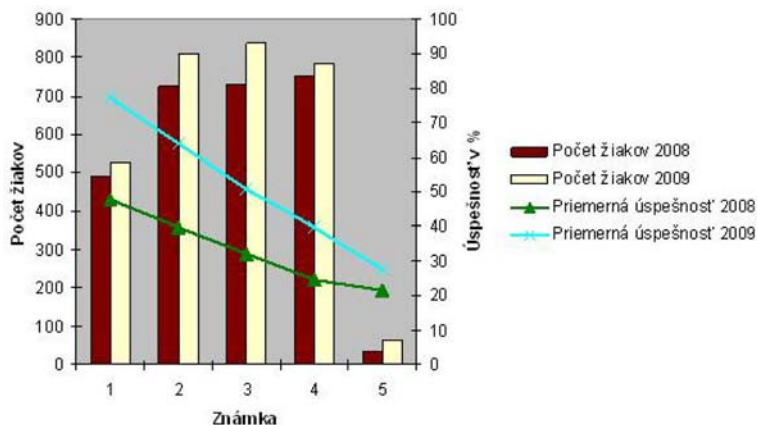
Priemerná úspešnosť v roku 2009 bola 55,1 %, t.z., že pre populáciu žiakov, ktorá test písala, bol primerane náročný až ľahší.

Na základe štatistického spracovania výsledkov sa zistila pomerne nízka úspešnosť pri riešení úloh najnižšej úrovne, t.j. úrovne reprodukčnej (Tabuľka č. 1).

Vyššia neriešenosť sa zaznamenala v štyroch položkách, a to v rozpätí od 10 % do 18,9 %. Žiaci mali problémy najmä s čítaním informácií z grafu, s vyjadrením pravdepodobnosti a v geometrii s priestorovou predstavivosťou. S vysokou úspešnosťou riešili elementárne úlohy z oblasti kvantita resp. aritmetika – sčítovanie desiatinných čísel, priama úmernosť, premena jednotiek hmotnosti, postupnosť čísel a kombinatorika.

Tab. 1: Úspešnosť v úrovniach kompetencií

		2008	2009
1.	reprodukčná úroveň	57,7 %	79,7 %
2.	úroveň prepojenia	57,0 %	52,2 %
3.	úroveň reflexie	19,3 %	47,0 %



Obr. 1: Úspešnosť v testovaniach matematickej gramotnosti podľa známky

Žiaci, ktorí mali na polročnom vysvedčení známku 1, podali v oboch testovaniach najlepší výkon, významne lepší ako žiaci v ďalších štyroch skupinách podľa známok. Len v testovaní v roku 2008 priemerné výkony žiakov so známami 4 a 5 boli porovnateľné, medzi ktoroukoľvek inou dvojicou známok boli zaznamenané v priemerných úspešnostiach žiakov signifikantné rozdiely.

ANALÝZA VYBRANÝCH TESTOVANÝCH POLOŽIEK V ROKU 2008

Z testovania matematickej gramotnosti v roku 2008 sme vybrali niekoľko úloh, ktoré v ďalšom analyzujeme.

4. *prečítajte si pozorne tento text.*

BRYNZOVÉ HALUŠKY

Na prípravu 4 porcií brynzových halušiek podľa receptu v kuchárskej knihe potrebujeme: 1 250 g *zemiakov*, 350 g *múky*, 60 g *údenej slaniny*, 250 g *bryndze* a *soľ* podľa chuti.

Otázka č. 5

Koľko gramov *bryndze* potrebujeme na prípravu 10 porcií bryndzových halušiek?

Odpoveď: g

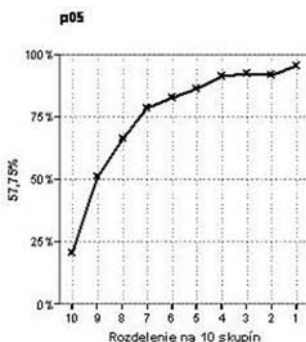
Obr. 2: Bryndzové halušky

Autori zaradili úlohu „Bryndzové halušky“ (Obr. 2) do oblasti *zmena, vzťahy a závislosť* na úrovni *reprodukčnej*, priemernú úspešnosť 74 % očakávali. Celkovo žiaci našli 15 rôznych nesprávnych riešení, najčastejšie 2 500 g. Tento výsledok

vznikol tým, že si žiaci nepozorne prečítali text úlohy a otázku. Podobné typy úloh žiaci bežne riešia v učive *Priama úmernosť* v aritmetike.

Poznámka: Na vodorovnej osi sú žiaci rozdelení do desiatich skupín podľa úspešnosti, ktorú dosiahli v teste. Žiaci s najvyššou úspešnosťou sú v 1. skupine, žiaci s najnižšou úspešnosťou v teste sú zaradení do 10. skupiny. Na zvislej osi je zaznamenaná úspešnosť v konkrétnej položke a číslo vľavo je hodnota citlivosti položky.

Z Obr. 3 vidno, že výraznejšie je oddelená len najslabšia skupina žiakov, ktorá na otázku odpovedala s menšou ako 25% priemernou úspešnosťou. Už druhá najslabšia skupina žiakov dosiahla priemerne 50% úspešnosť.



Obr. 3: Distribúcia úspešnosti – otázka 5

5. prečítajte si pozorne tento text a pozrite logo.

LOGO BRATISLAVY



Obrázok predstavuje reklamný pútač s logom Bratislavy, hlavného mesta Slovenskej republiky. Jeden biely štvorcík loga má obsah 1 štvorcový decimeter. Spotreba bielej farby pro zhotovení tohto loga je 1 kg na 8 štvorcových metrov.

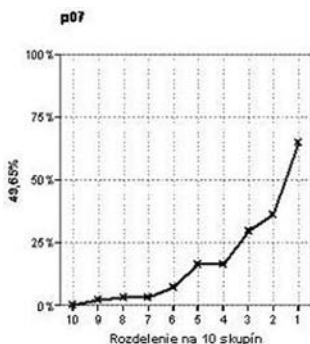
Otázka č. 7

Koľko kusov kilogramových plechoviek bielej farby potrebujeme na zhotovenie 100 reklamných pútačov s logom Bratislavy?

Odpoveď:

Obr. 4: Logo Bratislavy

Úloha „Logo Bratislavy“ (Obr. 4) patrí do oblasti *priestor a tvar* a súčasne si vyžaduje aj postrehnúť závislosť spotreby farby od maľovanej plochy, čo patrí



Obr. 5: Distribúcia úspešnosti – otázka 7

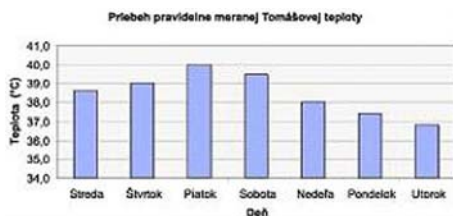
do oblasti *zmena, vzťahy a závislosť*. Preto ju autori zaradili do najvyššej úrovne kompetencií, tzv. úroveň *reflexie*. Priemerná úspešnosť bola len 19 %.

Z Obr. 5 vidno, že polovica testovaných žiakov mala veľmi malú úspešnosť riešenia tejto úlohy. Výraznejšie je oddelená skupina žiakov s najlepšimi výsledkami v teste. Ale jej priemerná úspešnosť v tejto úlohe nebola ani 70 %.

10. *prečítajte si pozorne tento text a pozrite graf.*

ZÁPÁL HRDLA

Tomáš počas zápalu hrdla užíval 1 tabletku antibiotík každých 12 hodín. Graf zobrazuje priebeh teploty, ktorú si Tomáš meral pravidelne počas týždenného liečenia. Teplotu si odmeral každý deň až po užití *druhej tabletky* antibiotík.



Otázka č. 15

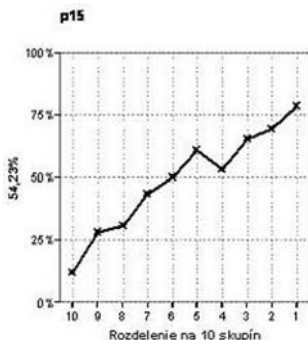
Kolko tabletiiek užil Tomáš, kým mu teplota klesla na 38 °C?

Odpoveď:

Obr. 6: Zápal hrdla

Táto úloha mala úplne praktický kontext, súvisí s bezprostrednou skúsenosťou každého človeka. Preto je možné zaradiť úlohu „Zápal hrdla“ (Obr. 6) do oblasti *zmena, vzťahy a závislosť* na 1. úrovni kompetencií, na úrovni *reprodukčnej*.

Od žiakov sa očakávalo, že v úlohe spracujú potrebné informácie z textu a stĺpcového diagramu a výsledok získajú jednoduchým počtovým výkonom $5 \times 2 = 10$. Priemerná úspešnosť bola napriek tomu len 53 %, čo potvrdzuje, že žiakom robí problém čitateľská gramotnosť, a to ovplyvňuje aj ich matematickú gramotnosť.



Obr. 7: Distribúcia úspešnosti – otázka 15

TURISTIKA

Turista sa vydal na trojdňovú túru. Každý deň si robil dve prestávky a na jednotlivých úsekoch išiel rôznou rýchlosťou. Graf zobrazuje priebeh jeho túty v prvom dni.



Otázka č. 10

Akou rýchlosťou v metroch za minútu išiel turista na úseku, ktorý prešiel najrýchlejšie?

Otázka č. 11

Zistite z grafu, koľko kilometrov prešiel turista prvý deň.

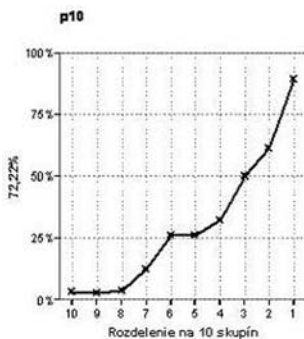
Vypočítajte, koľko kilometrov prešiel turista za tri dni, ak druhý deň prešiel 1,5krát viac km ako prvý deň a tretí deň o 2,5 km menej ako druhý deň.

Obr. 8: Turistika

ANALÝZA VYBRANÝCH TESTOVANÝCH POLOŽIEK V ROKU 2009

Z testovania matematickej gramotnosti v roku 2009 rozoberáme podnety, ktoré sú žiakom blízke, ale aj tie, v ktorých dlhodobo zlyhávajú.

Testová úloha číslo 6 „Turistika“ (Obr. 8) robila problémy až 2/3 žiakov. Zaznamenali sme aj vysokú neriešenosť – 18,9 %.



Obr. 9: Distribúcia úspešnosti – otázka 10

V otázke č. 10 sa overovalo čítanie informácií z grafu, premieňanie jednotiek dĺžky a času a schopnosť vyjadriť rýchlosť chodca netradične v metroch za minútu. Bola to otvorená otázka s voľnou tvorbou odpovede. Autori ju zaradili do oblasti *zmena, vzťahy, závislosť*. Podľa kognitívnej náročnosti sa jedná o otázku na úrovni *reflexie*, kde sa od žiakov očakávalo vniknutie do problému a plánovanie stratégie riešenia úloh, ktoré obsahujú viac súčastí a sú menej zvyčajné. Pre žiakov bolo problematické získať potrebné informácie zo spojnicového grafu. Uviedli vyše 20 rôznych nesprávnych riešení v súvislosti s chybnou interpretáciou grafu. Slaboprospievajúci žiaci úlohu vôbec nedokázali riešiť (Obr. 9), je náročná na určitý *vhľad* do použitých metód.

Testová úloha číslo 8 „Reštaurácia“ (Obr. 10 a 11) bola pre žiakov príťažlivá svojím obsahom. S riešením jednotlivých položiek nemali žiaci väčšie problémy.

Na úlohu sa viazali tri otázky.

Otázka č. 13 bola zameraná na overenie schopnosti žiakov aplikovať učivo z kombinatoriky a bola zaradená v oblasti *kvantita*. Úlohou žiakov bolo zistiť, koľkými rôznymi spôsobmi si môžu vybrať jednu polievku, jedno jedlo z hydiny a jednu prílohu z jedálneho lístka v reštaurácii. Otázka bola zaradená do druhej úrovne, t. j. *prepojenia* (prepojenie viacerých pre žiaka známych metód). Testovaní žiaci dosiahli priemernú úspešnosť 62 %. Otázka bola s výberom odpovede, pričom žiaci mohli získať za správnu odpoveď 1 bod. Správnu odpoveď A (90) volilo 59,4 % žiakov vo forme A. Z distraktorov si vyberali najmä možnosť B a C, t. j. 33 a 14. Analýza výsledkov otázky ukázala, že žiaci našli správne riešenie

REŠTAURÁCIA**Otázka č. 13**

Koľkými rôznymi spôsobmi si môžeme vybrať 1 polievku, 1 jedlo z hydiny a 1 prílohu z jedálneho lístka v reštaurácii U zeleného trojlístka?

Zakrúžkujte správnu odpoveď.

A: 90

B: 33

C: 14

D: 6

Traja kamaráti Braňo, Roman a Jozef si z jedálneho lístka v reštaurácii U zeleného trojlístka vyberali nasledovne:

Braňo si vybral kapustovú polievku s klobásou a Jozef fazuľovú polievku. Roman nemal chuť na polievku. Braňo si vybral zeleninové rizoto. Jozef si objednal kurací plnený rezeň Ďumbier a 100 g varených zemiakov. Roman si vybral zubáča na grile a 150 g dusenej ryže.

Otázka č. 14

Koľko eur stál celý obed, ktorý si vybral Jozef?

Otázka č. 15

Roman zaplatil celkovú sumu za všetky tri obedy spolu. Pri platbe platil stravnými lístkami v hodnote 3 € a zvyšok ceny doplatil v hotovosti.

Akú sumu doplatil Roman v hotovosti?

Obr. 10: Reštaurácia

aj bez pomocných výpočtov (pomocou kalkulačky). Otázka dobre diferencovala dobrých a slabých žiakov (Obr. 12).

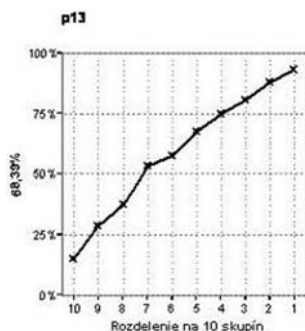
V otázke č. 15 sa overovala schopnosť zorientovať sa v rozsiahlejšom zadaní – vybrať z jedálneho lístka správne jedlá, sčítať sumy, platiť stravnými lístkami, čo predpokladá bezchybne sčítavať desatinné čísla a deliť so zvyškom. Bola to otvorená otázka s voľnou tvorbou odpovede. Autori ju zaradili do oblasti *zmena, vzťahy, závislosť*. Podľa kognitívnej náročnosti sa jedná o otázku na úrovni *reflexie*, kde sa od žiakov očakávalo vniknutie do problému a plánovanie stratégie riešenia úloh, ktoré obsahujú viac súčastí a sú menej zvyčajné. Testovaní žiaci napriek tomu dosiahli priemernú úspešnosť 65 %. Položka mala vysokú diskriminačnú silu (Obr. 13).

ZISTENIA

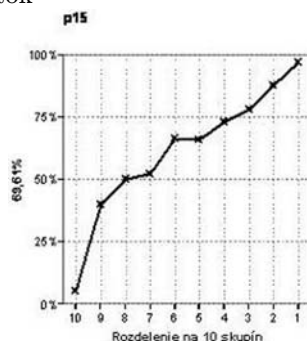
Podobne ako v medzinárodných meraniach PISA 2003 a 2006 aj národné testovanie matematickej gramotnosti potvrdzuje, že aj keď naši žiaci majú na dostatočnej úrovni osvojené matematické vedomosti, majú problémy najmä v čítaní a výklade grafických informácií, vo výpočte pravdepodobnosti a v práci s percen-

Jedálny lístok		
Cenník je platný od 1.1.2009. Pripravá jedlá trvá 30 minút.		
<u>Polievky</u>		
1. 0,50 l Kapustová s klobáskou	1,45 €	
2. 0,50 l Kôškovitý jelier gulič	4,28 €	
3. 0,50 l Fazuľová	1,49 €	
<u>Jedlá z bylinky</u>		
4. 150/220 g Pševé vyprážané kuračie prsia (syr Nizza, šunka)	4,91 €	
5. 150/200 g Kuračie prsia so syrom emzickou	4,81 €	
6. 150/250 g Kuračie špičky s pikantnou omáčkou	4,65 €	
7. 150/240 g Kuračie stehná s mliečnou zeleninou	4,98 €	
8. 150/250 g Kuračie sŕnky Chopok (kur prsia, šampiónsky, smotanový)	7,80 €	
9. 150/210 g Kuračie plnkové rezeň Dvorník (kur pažiti, šampiónsky)	4,91 €	
<u>Jedlá z rýb</u>		
10. 150/180 g Dvorníkový pstruh na ražku	4,65 €	
11. 150/180 g Pstruh na zberácky spôsob	4,98 €	
12. 150/180 g Zabaľ na grile	7,80 €	
<u>Bezmasé jedlá</u>		
13. 120/160 g Vyprážaný syr	3,80 €	
14. 200/300 g Zeleninová rizoto	3,15 €	
15. 150/180 g Zapiekani brokolica s bodavou omáčkou	3,65 €	
<u>Príchuty</u>		
16. 100 g Zemiaková	0,50 €	
17. 100 g Zemiaková	0,60 €	
18. 150 g Ryža dusená	0,80 €	
19. 150 g Knačka	1,20 €	
20. 30 g Ošľad	0,10 €	
Všetchna je sušená v geroch po tepelnej spracov / usmrtom stane		
Kontaktný kurz 1 € = 30,1260,- Sk		

Obr. 11: Jedálny lístok



Obr. 12: Distribúcia úspešnosti – otázka 13



Obr. 13: Distribúcia úspešnosti – otázka 15

tami. Robia im problém úlohy, ktoré vyžadujú istý *vhľad* do použitých metód, čo sa prejavilo najmä v položkách z geometrie a algebry. Pri riešení týchto úloh sa od žiakov očakáva originálne uvažovanie a neraz aj netradičný prístup k zdroju informácií. Aj v tomto testovaní sa ukázalo, že úspešnosť žiakov pri riešení testov matematickej gramotnosti je priamo ovplyvnená ich čitateľskou gramotnosťou.

ODPORÚČANIA NA ZLEPŠENIE VÝSLEDKOV V MATEMATIKE

Pre skvalitnenie vyučovania je potrebné zaraďovať do výučby úlohy, ktoré žiaka nasmerujú k praktickému využitiu matematickej gramotnosti. Úlohy pre tento cieľ je možné tvoriť v súlade so skúsenosťami žiakov. Momentálne sú už na trhu dostupné zbierky s podnetovými a kontextovými úlohami pre žiakov základnej školy.

Zadania formou nesúvislých textov obsahujúce grafy, tabuľky a diagramy je potrebné zaraďovať do všetkých vyučovacích predmetov, nakoľko práve úlohy súvisiace s čítaním a interpretáciou informácií v podobe grafu robia našim žiakom veľké problémy. Veľa podnetov nachádzame v tlači, v časopisoch, na internete a pod. Treba vyberať podnety blízke mladým ľuďom. Zapájať žiakov do rôznych výskumov a štatistických zisťovaní. Bolo by vhodné, aby aj štatistické spracovanie výchovno-vyučovacích výsledkov školy, medzitriednych súťaží bolo vo forme grafov zverejnené na stránke školy, či v školskom časopise a aby sa o nich diskutovalo napr. na triednických hodinách.

V novom Štátnom vzdelávacom programe sa redukuje obsah učiva matematiky a súčasne sa redukuje počet hodín matematiky. A zároveň sa od učiteľov očakáva, že z nie veľkého množstva poznatkov vyťažia optimum, budú uplatňovať moderné učebné metódy založené na riešení problémov a samostatnej aktívnej poznávacej činnosti žiakov. To kladie na učiteľov matematiky mimoriadne nároky, a preto by mali mať pre svoju prácu vytvorené v školách aj primerané podmienky.

Bez systematickej prípravy učiteľov, bez literatúry, dokonca aj učebnicovej, ktorá by mohla podnietiť a ďalej rozvíjať ich učebnú aktivitu v smere rozvíjania matematickej gramotnosti, bez účinnej spolupráce v predmetových komisiách, v regiónoch, na celoštátnej úrovni, ťažko možno očakávať výraznejšie zlepšenie.

ZÁVER

Ako vyplýva z odporúčaní na skvalitňovanie vyučovania, a to i z dôvodu uskuutočňovania zmien v jednotlivých predmetoch v zmysle nových učebných osnov a štátneho vzdelávacieho programu, je potrebné posilňovať nové trendy v učive v prospech aktivít žiakov.

Výsledky testovania matematickej gramotnosti i v tomto školskom roku potvrdili problémy žiakov, ktoré boli zistené v medzinárodných meraniach. Vzhľadom na závažnosť problematiky a dosahované výsledky považujeme za žiaduce

naďalej pokračovať v testovaní kľúčových kompetencií a pravidelne tieto kompetencie sledovať.

Základnou a nevyhnutnou podmienkou pre formovanie vedomostnej spoločnosti je kvalitné školské vzdelávanie dostupné všetkým žiakom. Chceme, aby naši žiaci dobre obstáli nielen v medzinárodných meraniach, ale aby získali také zručnosti, ktoré majú význam pre uplatnenie sa na trhu práce, ďalšie vzdelávanie a plnohodnotný život. Je potrebné našu mladú generáciu pripraviť tak, aby sa nestratila v konkurencii rovesníkov z ostatných krajín EÚ.

LITERATÚRA

- [1] Bálint, L. Čo je potrebné ešte dodať k reforme vzdelávacieho systému a prestavbe vyučovania matematiky. In *Pedagogické spektrum*. Bratislava : ŠPÚ, 2008, roč. XVII, č. 2, s. 57–69. ISSN 1335-5589.
- [2] Bálint, L., Kuzma, J. *Úlohy na rozvíjanie matematickej gramotnosti žiakov 2. stupňa ZŠ – zberka úloh*. Príroda : Bratislava, 2008. ISBN 978-80-07-01733-7.
- [3] Goliaš, P., Mikuláš, R. *Aké sú dôsledky zlyhaní, ktoré odhalila PISA v našom školstve*. Bratislava : INEKO, 2006, 15 s. <http://www.ineko.sk>
- [4] Juščáková, Z., Laššová, E., Kuzma, J., Ringlerová, V. *Testovanie žiakov 9. ročníka ZŠ v školskom roku 2007/2008 – II. časť. Správa o priebehu a výsledkoch testovania*. Bratislava : NÚCEM, 2008, 27 s.
- [5] Košinárová, T., Ringlerová, V., Juščáková, Z., Laššová, E. *Matematická a čitateľská gramotnosť žiakov 9. ročníka základných škôl. Výskumná správa 2008/2009*. Bratislava : NÚCEM, 2009. ISBN 978-80-970261-0-3.
- [6] Koršňáková, P., Kováčová, J. Matematická gramotnosť slovenských žiakov v štúdiách OECD PISA (2003 a 2006). In *Pedagogické spektrum*, č. 1, roč. XVII, s. 24–43. ISSN 1335-5589.
- [7] Koršňáková, P., Kováčová, J. *PISA SK 2006 – Národná správa*. Bratislava : ŠPÚ, 2007, 56 s. ISBN 978-80-89225-37-8.
- [8] Kubáček, Z., Kospér, F., Tomachová, A., Koršňáková, P. *PISA SK 2003 – Matematická gramotnosť. Správa*. Bratislava : ŠPÚ, 2004, 84 s. ISBN 80-85756-88-9.
- [9] Kubáček, Z., Černek, P., Žabka, J., a kol. *Matematika a svet okolo nás – zberka úloh*. Vydavateľstvo Mgr. Pavol Cibulka, 2008. ISBN 978-80-969950-1-1. <http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/~esfprojekt>

- [10] Kuzma, J., Ringlerová, V. *Úlohy na zisťovanie matematickej gramotnosti v celoplošnom testovaní žiakov 9. ročníkov ZŠ v školskom roku 2007/2008* – Zborník z 5. žilinskej didaktickej konferencie s medzinárodnou účasťou – Nové trendy vo vyučovaní matematiky a informatiky na základných, stredných a vysokých školách, Žilina, Žilinská univerzita – EDIS, 2008. ISBN 978-80-8070-862-7.
- [11] *Štátny vzdelávací program – nižšie stredné vzdelávanie a Príloha 2 ISCED 2*. Bratislava : ŠPÚ, 2008. <http://www.statpedu.sk>
- [12] *Učebné osnovy, MATEMATIKA pre 5. až 9. ročník ZŠ. Schválilo MŠ SR pod číslom 1640/1997-151 s platnosťou od 1. septembra 2002*. ISBN 80-7098-294-2.

MODELOVÁNÍ JAKO SOUČÁST ŘEŠENÍ GEOMETRICKÝCH ÚLOH

Filip Roubíček

ÚVOD

Modelování jako nástroj pro rozvíjení geometrické představivosti, jedné ze složek matematické gramotnosti, má ve vyučování matematice své nezastupitelné místo. Modelováním se někdy rozumí v užším významu jakákoliv činnost s předmětnými modely (např. papírovým modelem krychle), ale obecně modelování zahrnuje i abstraktní matematické modely (např. rovnice). V tomto textu se soustředíme na modely, které splňují následující charakteristiky:

- zastupují konkrétní nebo abstraktní objekty
- zjednodušují (schematizují) reálné objekty
- „zhmotňují“ představu (mentální reprezentaci) objektu, tzn. zpřístupňují ji smyslovému vnímání
- obsahují všechny znaky nezbytné pro rozpoznání, resp. smyslové „uchopení“ zastupovaného objektu
- umožňují vytvoření nebo vybavení představu objektu
- poskytují názornější informaci o řešeném problému
- umožňují proniknout k podstatě problému a nahlédnout souvislosti
- zprostředkovávají nalezení řešení problému

Uvedené charakteristiky souvisejí s užitím modelů při řešení úloh, jež patří mezi základní dovednosti tvořící matematickou gramotnost.

GEOMETRICKÉ MODELOVÁNÍ

V případě řešení geometrických úloh pomocí modelování (tj. užitím modelů) hovoříme o modelech dvojí povahy: geometrické modely zastupují buď reálné předměty s cílem zkoumat jejich tvarové, polohové a metrické vlastnosti, nebo abstraktní geometrické pojmy s cílem objasnit jejich podstatu, případně souvislosti s jinými pojmy.

Ve vyučování podle potřeby volíme pro modelování geometrických objektů modely činnostní (předmětné, manipulativní), ikonické (obrazové) nebo symbolické. Uvedené rozdělení koresponduje s Brunerovou trojicí módů reprezentace

(Bruner, 1968). Dalším faktorem, který může ovlivnit úspěšnost při řešení úloh pomocí modelů, je zvolená forma modelování: zda volíme modely statické nebo dynamické a zda je modelování pasivní (tj. spíše jako demonstrace) nebo aktivní (tj. jako bezprostřední činnost žáků). Ve vyučování hraje geometrické modelování trojí roli:

- motivační – žáci jsou zaujati modelem (novým objektem) a modelováním (činností, která jim poskytuje větší prostor pro vlastní učení).
- komunikační – model je prostředkem komunikace mezi učitelem a žákem nebo mezi žáky navzájem.
- poznávací – modelování podporuje vytváření představ o geometrických objektech a samostatné poznávání a používání geometrie.

Z pohledu procesu řešení úlohy může být model:

- zkoumaným objektem v řešené úloze
- prostředkem napomáhajícím nalezení řešení úlohy
- výsledkem (výstupem) procesu řešení úlohy

PŘÍKLADY GEOMETRICKÝCH ÚLOH

Úloha 1

Charakterizuj všechny čtyřúhelníky, které lze sestavit ze čtyř shodných rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků.

Úlohu lze řešit bez použití jakéhokoliv modelu pouze na základě představy. Vysoce rozvinutou geometrickou představivost však nelze očekávat u všech žáků. Mnozí z nich uvítají možnost modelovat čtyřúhelníky z vystřižených trojúhelníků (tj. užitím činnostního modelu) nebo možnost je zakreslovat (tj. užitím obrazového modelu).

Úloha 2

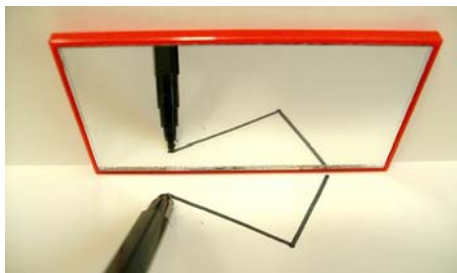
Najdi všechny sítě krychle.

Žáci, kteří mají dobrou geometrickou představivost, jsou schopni nalézt všech jedenáct sítí krychle pouze na základě jejich náčrtů (obrazových modelů). Většina žáků však upřednostní užití činnostního modelu – manipulaci s rozebíratelným modelem krychle (například vytvořeným ze stavebnice Polydron Framework).

Úloha 3

Nakresli lomenou čáru tvořenou dvěma úsečkami tak, aby ve spojení s jejím obrazem v zrcadle vznikl a) čtverec, b) deltoid, c) kosodélník.

Řešením této úlohy jsou náčrtý (obrazové modely) útvarů zadaných vlastností. Jejich nalezení usnadní například užití zrcátka, které bezprostředně modeluje obraz v osově (resp. rovinově) souměrnosti.



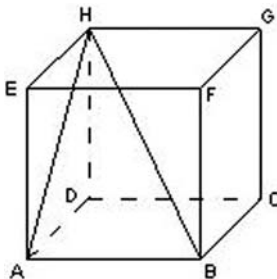
Úloha 4

Navrhni postup pro vymezení čtvercového záhonu pomocí provázku.

Přestože nalezení postupu nevyžaduje provedení konstrukce, při modelování pomocí provázku si žáci lépe uvědomí omezení neobvyklého konstrukčního nástroje a snáze odhalí možná úskalí navrženého postupu.

Úloha 5

Vypočítej obsah trojúhelníku ABH v krychli $ABCDEFGH$, je-li délka hrany krychle 10 cm.



Ačkoliv zadání úlohy obsahuje náčrt (obrazový model) geometrické situace, některé žáky nedovede k nalezení postupu výpočtu, protože trojúhelník ABH v daném zobrazení nepovažují za pravoúhlý. Pomohl by jim například drátěný model krychle.

DALŠÍ PŘÍKLADY UŽITÍ MODELOVÁNÍ

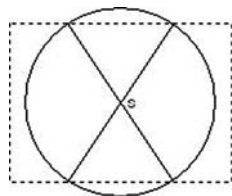
V rámci tématu „užití Thaletovy věty“ byl žákům 8. ročníku zadán úkol podrobně vysvětlit, jak by řešili následující problém pomocí uvedených prostředků a svých znalostí z geometrie.

Pan Koumák potřebuje určit co nejpřesněji střed kruhové desky, ale po ruce má jen obdélníkovou desku a tužku. (Poznámka: Délka obdélníkové desky je o něco větší a její šířka o něco menší než průměr kruhové desky. Není možné použít jiné pomůcky, např. nějaké měřidlo.)

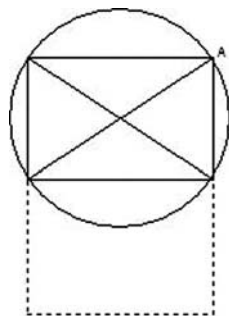
Žáci modelovali danou geometrickou situaci náčrtem. Pomocí náčrtu hledali postup pro určení středu kruhu a zároveň tímto vizuálním modelem ilustrovali navržený postup.

Ukázky žákovských řešení:

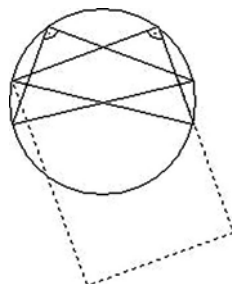
Marie: Pan Koumák musí přiložit na kruhovou desku obdélníkovou desku tak, aby obdélníková deska z obou stran překrývala kruhovou desku a aby obě hrany obdélníkové desky na šířce ležely stejně daleko od hrany kruhové desky. Pak si musí pan Koumák označit místa, kde se protíná kruhová a obdélníková deska. A poté musí spojit protilehlé body tak, aby se protly ve středu jako úhlopříčky obdélníku. Obdélníkovou desku lze použít jako pravítko na spojení. A tam, kde se protínají úsečky, je bod S – střed.



Lukáš: Zvolím si libovolný bod na obvodu kruhové desky (bod A). Sestrojím tětivu o délce kratší strany obdélníkové desky z bodu A . Nad touto tětivou vztyčím kolmici, která prochází bodem A . Vznikne nám další průsečík s okrajem kruhové desky (druhá tětiva). Z těchto dvou tětiv sestrojím obdélník. Průsečík úhlopříček sestrojeného obdélníku je středem kruhové desky.



Anna: Pan Koumák zjistí střed kruhové desky tak, že obdélníkovou desku umístí na kruhovou desku, aby se její dva vrcholy (kratší strany) dotýkaly kružnice. Potom tužkou obtáhnu kratší stranu a část delší strany (uvnitř kruhu). Tak, kde úsečky končí, naváže třetí úsečku, aby tyto vrcholy spojil do pravoúhlého trojúhelníku. Tento postup opakuje několikrát za sebou a bod, kde se protínají přepony trojúhelníku, je středem kruhové desky.

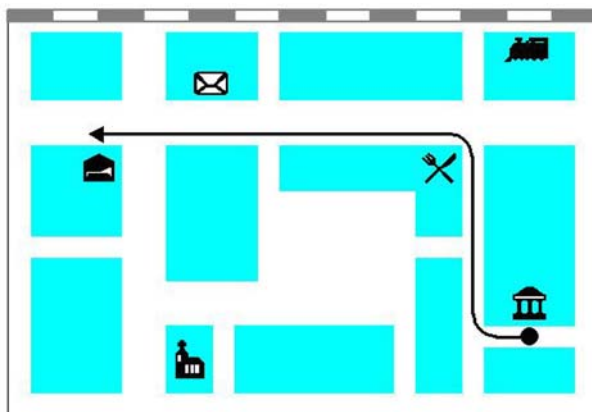


V rámci projektu Comenius *Motivace prostřednictvím přirozené motivace ve vyučování matematice* byla žákům 4. a 5. ročníku předložena dvě geometrická prostředí *Cesta* a *Pokoj*. Žáci řešili v těchto prostředích různé typy úloh pomocí modelu – půdorysného plánu. Model zde představoval prostředek k nalezení řešení úlohy a zároveň výsledek řešení. Úlohy v prostředí *Cesta* byly zaměřeny na rozvoj prostorové orientace a v prostředí *Pokoj* na uspořádání objektů v prostoru.

GEOMETRICKÉ PROSTŘEDÍ *Cesta*

Při orientaci v prostoru využíváme nejen různé ukazatele (směrovky, turistické značky, názvy ulic apod.), ale též plány a mapy, jež jsou zvláště v neznámém prostředí vítaným pomocníkem. Spoléháme také na svůj orientační smysl – orientujeme se například pomocí světových stran, na základě představy trasy nebo své intuice a zkušeností. Každý se již dostal do situace, kdy se někoho ptal na cestu nebo naopak někomu cestu vysvětloval. Právě při popisování cesty můžeme využít své geometrické zkušenosti (určujeme směr a polohu, odhadujeme vzdálenosti apod.). Při popisování cesty je důležité nejen správně určit směr (nejčastěji pomocí slov *vpravo*, *vlevo*, *rovně*), polohu (např. *rovnoběžné ulice*, *kolmá ulice*) a vzdálenost (např. *na konci ulice*), ale též vymežit orientační body, jimiž směr, polohu a vzdálenost kontrolujeme.

Popiš cestu zakreslenou v plánu.



Prostředí *Cesta* zahrnuje dvě základní činnosti:

- znázorňování popsané cesty plánkem (příp. modelem ze stavebnicových kostek)
- popisování cesty (s daným výchozím a cílovým místem) na základě plánu

Tyto činnosti jsou základem následujících úkolů:

- Popis cesty zakreslené v plánu
Žáci popisují písemně cestu (s daným výchozím a cílovým místem), která je zakreslena v plánu. V rámci této činnosti hledají vhodná slova pro jednoznačný popis.
- Plánek cesty popsané v příběhu
Žáci se seznamují se strukturou popisu cesty prostřednictvím reálného příběhu. Popsanou cestu znázorňují plánkem, příp. modelem ze stavebnicových kostek.

vých kostek. Učitel vede žáky ke správné interpretaci pokynů vpravo/vlevo a uvědomění si významu orientačních bodů.

- c) Od plánu cesty k jejímu popisu a naopak (práce ve dvojicích)
Žáci popisují písemně cestu zakreslenou v plánu nebo zakreslují cestu do plánu podle popisu spolužáka. Volbou výchozího a cílového místa v plánu si žáci volí obtížnost popisu.
- d) Od plánu cesty k jejímu popisu a naopak (samostatná práce)
Žáci si volí typ úkolu a jeho obtížnost: popisují písemně cestu zakreslenou v plánu nebo zakreslují do plánu popsanou cestu nebo zakreslují v plánu vlastní cestu a popisují ji.
- e) Popisování cesty z daného místa (práce ve dvojicích)
Žáci popisují ústně cestu z daného místa nebo zakreslují do plánu popsanou cestu. Žáci volí výchozí místo a obtížnost cesty.
- f) Popisování cesty z daného místa a na dané místo (samostatná práce)
Žáci si volí typ úkolu a jeho obtížnost: volí výchozí místo, zakreslují cestu na dané cílové místo do plánu a popisují ji nebo volí cílové místo, zakreslují cestu z daného výchozího místa do plánu a popisují ji nebo zakreslují a popisují cestu z daného místa přes dané místo na dané místo (k dané situaci).

GEOMETRICKÉ PROSTŘEDÍ *Pokoj*

Dovednost uspořádat objekty v daném prostoru podle určitých pravidel je nejen věcí bytových architektů, ale občas ji ve svém životě uplatní každý z nás. Při zařizování domu nebo bytu využíváme nejčastěji půdorysné plány, které nám tvůrčí činnost usnadňují. Na rozdíl od profesionálních architektů nemíváme k dispozici grafické editory umožňující věrnou 3D vizualizaci prostoru, a tak se spokojíme s nákresem půdorysu a vystřiženými kartičkami, případně krabičkami představujícími nábytek. Vždy pracujeme se zmenšeným modelem, tzn. v určitém měřítku tak, aby byl zachován nejen tvar, ale i velikost prostoru a objektů, které v něm mají být umístěny.

Při zařizování pokoje zohledňujeme několik faktorů týkajících se funkčnosti, praktičnosti a estetičnosti řešení. Zabýváme se nejen tím, zda se nábytek do pokoje vejde, ale zda máme také dostatek místa na jeho užívání, zda je dobře přístupné okno a dveře apod. Přitom odhadujeme velikost volného prostoru (posuzujeme ho vzhledem ke skutečné velikosti) a vycházíme ze zkušeností, které jsme získali při pohybu v zařízených prostorech. Dovednost uspořádat objekty v daném prostoru závisí na našich geometrických zkušenostech, zejména dovednost představit si reálný objekt na základě jeho modelu a dovednost vytvořit vhodný model reálného objektu.

Prostředí *Pokoj* zahrnuje dvě základní činnosti:

- modelování 3D prostoru a objektů ve 2D
- uspořádání objektů v prostoru

Žáci pracují s půdorysným plánem pokoje v měřítku 1 : 25 a půdorysnými modely nábytku (s rozměry, které jsou násobkem 25 cm). Obtížnost úkolu – rozmístění nábytku v pokoji se upravuje nutnými podmínkami (poloha okna a dveří, funkčnost) a výběrovými podmínkami (poloha nábytku, estetičnost).

a) Uspořádání nábytku v pokoji

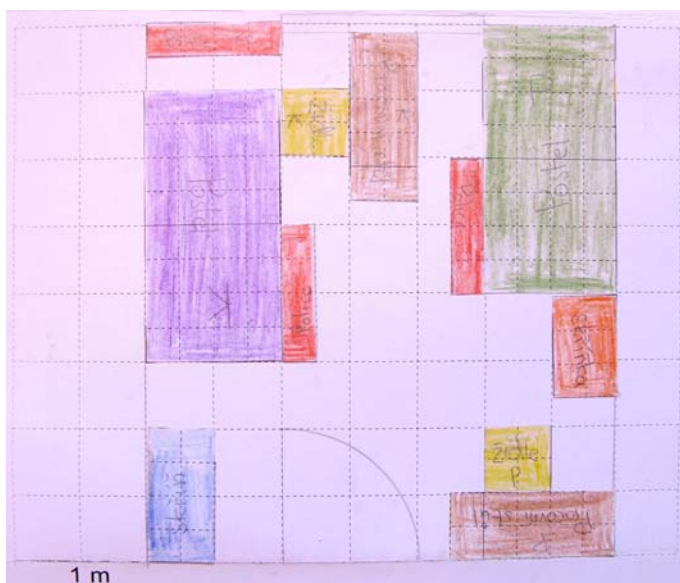
Žáci se seznamují s půdorysným plánkem pokoje a nábytku. Rozmísťují nábytek podle vlastního výběru (volí počet kusů nábytku, případně velikost) do daného plánu pokoje. Přitom mají dodržet základní požadavky: mít kde spát (postel), učit se (stůl a židle), hrát si (volný prostor) a kam uložit věci (skříň nebo police).

b) Modelování pokoje a nábytku (příprava)

Žáci zakreslují ve čtvercové síti s daným měřítkem půdorys pokoje a nábytek s danými rozměry.

c) Uspořádání nábytku v pokoji podle podmínek

Žáci rozmísťují nábytek do připraveného plánu pokoje, přičemž se snaží rozmístit všechnen nábytek podle daných podmínek na zařízení pokoje.



PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKY

Novákovi se přestěhovali do nového bytu. Sourozenci Petr a Karel mají svůj pokoj. Mohou si ho zařídit podle svého, ale nábytkem, který mají.

- Pokoj je dlouhý 4 m a široký 3,5 m.
- Uprostřed kratší stěny je okno široké 1,5 m.
- Naproti oknu jsou dveře široké 1 m.

Do pokoje se mají nastěhovat:

2 postele (2 m × 1 m)	1 skříň (100 cm × 50 cm)
2 pracovní stoly (125 cm × 50 cm)	1 skříňka (75 cm × 50 cm)
2 židle	3 police (100 cm × 25 cm)

Petr a Karel mají několik požadavků (přání) na zařízení pokoje.

1. Petr a Karel chtějí mít uprostřed pokoje dost místa na hraní.
2. Petr chce mít postel dál od dveří.
3. Karel chce mít polici na knihy blízko stolu i postele.
4. Petr chce mít na uložení věcí skříňku.
5. Karel chce mít stůl blízko okna kvůli světlu na čtení.

ZÁVĚR

Na výše uvedených příkladech bylo popsáno užití modelů, které usnadňují nalezení řešení úlohy. Existují však případy, kdy se model stává překážkou v procesu řešení. Mezi hlavní rizika modelování patří:

- volba nevhodného modelu – model nepomáhá řešiteli vytvořit nebo vybavit si potřebnou představu daného objektu nebo situace (viz úloha 5).
- stereotypy v modelování – objekt je modelován stále stejným způsobem, čímž dochází ke ztotožnění zastupovaného objektu a modelu.
- nepřesnost modelu – model zkresluje některou podstatnou vlastnost objektu, čímž dochází k záměně objektů.
- přílišné zjednodušení – model zpodobňuje jen některé podstatné vlastnosti objektu.

Príspevek byl vypracován s podporou grantových projektů GAČR 406/08/0710, GAAV KJB700190701, multilaterálního projektu 142453-LLP-1-2008-1-PL-CO-MENIUS-CMP a výzkumného záměru AV0Z10190503.

LITERATURA

- [1] BRUNER, J. S. *O podstate a problémoch vyučovania*. Bratislava : SPN, 1968.

SEBEREFLEXE UČITELE: UČÍM JINAK?

Filip Roubíček

ÚVOD

Školní vzdělávací programy zpracované podle RVP ZV jsou na většině základních škol realizovány třetím rokem. Není to příliš dlouhá doba na hodnocení kvality zpracovaného ŠVP, ale dostatečná pro zhodnocení průběhu jeho tvoření a prvních zkušeností s jeho realizací. V souvislosti se zavedením ŠVP jsme v médiích z úst nezasvěcených redaktorů slyšovali, že učitelé teď učí jinak... Ačkoliv se nad jejich tvrzením mohu jen pousmát, položil jsem sám sobě otázku *Učím jinak?* a pokusil se reflektovat změny, ke kterým došlo v mé vlastní výuce v souvislosti se zavedením ŠVP.

VZDĚLÁVACÍ OBSAH

Domnívám se, že možnost vytvořit si ŠVP na míru byla pro mnohé učitele příležitostí nebo alespoň výzvou změnit to, co předtím vytýkali jednomu z nejrozšířenějších vzdělávacích programů Základní škola. Na základě svých zkušeností s výukou matematiky měli možnost přesunout, doplnit či vypustit části tematických celků a tím minimalizovat didaktické problémy, se kterými se dříve potýkali (například při navazování na učivo z minulých ročníků, které žáci pozapomněli).

Cílem přesunu tematických celků či jejich částí z ročníku do ročníku, které jsme provedli při tvorbě ŠVP na naší škole, bylo dosažení co možná nejlepší provázanosti matematických poznatků v jednotlivých ročnících. Tematické celky probírané dříve v jednom ročníku jsme uspořádali tak, abychom mohli zavedené pojmy a metody ihned aplikovat a tím je efektivněji upevňovat. Například v 6. ročníku zavádíme pojem společný dělitel a zároveň jej využíváme při krácení zlomků (příčemž se soustředíme na případy, které lze řešit z paměti na základě znalosti spojů malé násobilky).

Výsledné učební osnovy našeho ŠVP se tedy vyznačují cyklickým uspořádáním tematických celků, jak je patrné z níže uvedené přehledové tabulky. Například řešení rovnic je zařazováno již od 6. ročníku v rámci probíraných číselných oborů. Vycházeli jsme ze zkušenosti, že žáci se seznámili s jednoduchými rovnicemi již na prvním stupni, a je tudíž na místě tyto poznatky dále rozvíjet. Proto žáky již v 6. ročníku (ne až v 8. ročníku, jak bylo dříve obvyklé) postupně seznamujeme s postupy řešení rovnic a užitím ekvivalentních úprav. Obtížnost

rovnice je stupňována; žáci řeší nejprve rovnice se dvěma početními operacemi, pak rovnice, jejichž řešení vyžaduje provedení jednoduché úpravy výrazů, a nakonec standardní rovnice s jednou i dvěma neznámými.

Rozdělení tematických celků a jejich přesuny z ročníku do ročníku jsme provedli obousměrně (tzn. z vyššího ročníku do nižšího a naopak). Například pojem výška trojúhelníku, který byl původně probíráán v 6. ročníku, aniž by byl nějakým způsobem aplikován, jsme přesunuli do 7. ročníku a zavádíme jej v souvislosti s výpočtem obsahu trojúhelníku. Jiným příkladem je velikost úhlu: v 6. ročníku měříme, rýsujeme a počítáme úhly pouze ve stupních (protože běžně používaný úhломěr větší přesnost neumožňuje) a s úhlovými minutami a vteřinami se žáci seznamují až v 9. ročníku v rámci výpočtů velikosti úhlu pomocí goniometrických funkcí.

Všechny změny v osnovách matematiky jsme promýšleli s cílem umožnit žákům získané poznatky upevnit při řešení aplikačních úloh a tím u nich podpořit vytvoření pevnější poznatkové sítě. Tento princip jsme použili nejen při tvorbě učebních osnov, ale uplatňujeme ho také při sestavování tematických plánů pro daný školní rok, kdy jednotlivá témata v ročníku řadíme tak, aby na sebe přirozeně navazovala (například procvičování početních operací s desetinnými čísly propojujeme s výpočty obvodu a obsahu mnohoúhelníků). Vzhledem k tomu, že rozložení učiva do ročníku podle našeho ŠVP neodpovídá plně koncepci dostupných učebnic, používáme pro doplnění učiva vlastní pracovní listy a sbírky, které máme k dispozici pro práci ve škole.

okruhy	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
1 Číselné obory (množiny, početní operace, odhady)	přirozená čísla – dělitelnost 2, 3, 5 – prvočíslo, složené číslo – společný násobek a dělitel – priority operací – vlastnosti operací – mocnina/ odmocnina	přirozená čísla – rozklad na součin prvočísel – nejmenší společný násobek – největší společný dělitel		
	celá čísla – množina $\mathbb{Z}$ – porovnávání – sčítání a odčítání	celá čísla – násobení a dělení		

okruhy	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
	racionální čísla – desetinné číslo – zlomek, smíšené číslo – porovnávání des. č. – zaokrouhlování des. č. – početní operace s des. č. – krácení a rozšiřování zlomků – sčítání a odčítání zlomků	racionální čísla – množina Q – složený zlomek – periodické číslo – násobení a dělení zlomků – porovnávání r. č. – početní operace s r. č. – umocňování r. č.		
			reálná čísla – množina R – iracionální čísla – umocňování (přirozený mocnitel) – odmocňování	reálná čísla – zápis čísla pomocí mocnin 10 – umocňování (celočíslný mocnitel) – odmocňování (odhady)
2 Číselné výrazy	přirozená čísla desetinná čísla – zápis rovnosti – výhodné počítání – vytýkání	celá čísla racionální čísla	racionální čísla mocniny	reálná čísla odmocniny
Algebraické výrazy	– výraz s proměnnými – dosazení za proměnné – zápis výrazu (porovnání rozdílem a podílem, alespoň, nejvýše, právě, méně/více než)	– úpravy jednoduchých výrazů – výpočet neznámé z úměry – trojčlenka	– mnohočleny – úpravy mnohočlenů – vytýkání před závorku – algebraické vzorce – výrazy s mocninami – vyjadřování neznámé ze vzorce	– rozklad mnohočleny na součin – lomený výraz – úpravy lomených výrazů

okruhy	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
3 Rovnice	přirozená čísla – rovnice s jednou neznámou – úpravy rovnic (s čísly) – úlohy na hledání neznámého čísla	racionální čísla – rovnice s desetinnými číslky a zlomky – úpravy rovnic (výrazy s neznámou) – úlohy o dělení celku na části – úlohy se zlomky a procenty	reálná čísla – diskuse k řešení rovnice – rovnice se dvěma neznámými (diofantické) – úlohy o pohybu – úlohy o společné práci	reálná čísla – rovnice s neznámou ve jmenovateli – slovní úlohy
Soustavy rovníc			celá čísla – dosazovací metoda – slovní úlohy	reálná čísla – metody řešení soustav – úlohy o směsích
Nerovnice	přirozená čísla – ostrá a neostrá nerovnost – číselná osa, množina řešení	celá čísla – nerovnice (jednoduché úpravy)	reálná čísla – zápis řešení pomocí intervalů	reálná čísla – nerovnice s lomenými výrazy
4 Závislosti a funkce	– přímá úměrnost – soustava souřadnic	– přímá a nepřímá úměrnost – slovní úlohy na úměrnost	– lineární závislost – kvadratická závislost	– funkce (lineární, lineární lomená, kvadratická) – průběh funkce
5 Celek a část	zlomek – vyjádření části zlomkem – znázornění části – výpočet části – slovní úlohy na zlomky			
	procento – vyjádření procentové části – znázornění procentové části – výpočet procentové části – jednoduché úlohy na procenta	procento – výpočet základu – výpočet počtu procent – různé metody řešení – slovní úlohy na procenta	procento – úlohy se změnou základu	

okruhy	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
	poměr – zápis poměru (krácení) – rozdělování v poměru – jednoduché úlohy na poměr	poměr – postupný poměr – změna v daném poměru – slovní úlohy na poměr	poměr – úlohy (poměr podobnosti)	
6 Práce s daty	– aritmetický průměr – tabulky (čtení, doplňování) – sloupčové a kruhové diagramy	– absolutní a relativní četnost – odchylka od arit. průměru – tabulky (sestavování) – diagramy četností	– střední hodnoty – rozptyl	– statistické šetření
7 Geometrické útvary	– přímky (vzájemná poloha) – úhly (typy) – rozdělení mnohoúhelníků (trojúhelníky, čtyřúhelníků)	– vlastnosti mnohoúhelníků (trojúhelníky, čtyřúhelníky, pravidelné mnohoúhelníky) – výška trojúhelníku a čtyřúhelníku	– Thaletova věta – kružnice (vzájemná poloha) – části kruhu – těžnice trojúhelníku	– křivky (parabola, hyperbola, elipsa, sinusoida)
	– geometrická tělesa	– hranol – jehlan	– válec – kužel	– koule – pravidelné mnohostěny
	– shodné útvary	– shodnost trojúhelníků	– podobné útvary	– podobnost trojúhelníků
	– osová souměrnost – středová souměrnost – souměrné útvary	– užití souměrnosti (vlastnosti a konstrukce mnohoúhelníků)	– otočení – posunutí – rotační tělesa	– užití otočení a posunutí (graf lineární funkce)
8 Geometrické konstrukce (modelování, načrtávání, rýsování)	– popis konstrukce (slovy)	– náčrt – postup konstrukce	– rozbor konstrukce	– diskuse
	– přímky v dané poloze – úhly dané velikosti – osa úsečky a osa úhlu – kružnice opsaná a vepsaná	– pravidelné mnohoúhelníky – obraz v osově a středové souměrnosti	– tečna ke kružnici – obraz v otočení, posunutí	– rozdělení úsečky v poměru – zmenšení/zvětšení v poměru

okruhy	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
	– trojúhelníky (sss, sus, usu) – čtyřúhelníky (čtverec, obdélník)	– trojúhelníky (výška) – čtyřúhelníky (rovnoběžník, lichoběžník)	– trojúhelníky (těžnice, Thaletova kružnice)	– konstrukční úlohy
	– pravouhlé promítání – volné rovnoběžné promítání	– volné rovnoběžné promítání	– axonometrie	
	– síť a model krychle a kvádrů	– síť a model hranolu a jehlanu	– síť a model válce a kužele	– sítě a modely mnohostěnů
9 Početní geometrie (měření, odhady, výpočty)	– délka a vzdálenost – velikost úhlu (stupeň) – převody jednotek	– výška	– Pythagorova věta	– trigonometrie – velikost úhlu (minuta, vteřina)
	– o, S mnohoúhelníku	– S trojúhelníku a čtyřúhelníku	– o, S kruhu a částí kruhu	– o, S pravidelného mnohoúhelníku
	– S, V krychle a kvádrů	– S, V hranolu a jehlanu	– S, V válce a kužele	– S, V koule
10 Aplikace	– měřítko plánu a mapy – kombinatorické úlohy – systematizace řešení	– finanční matematika (kurzy a daně) – slovní úlohy na dělitelnost – úlohy na pravděpodobnost	– finanční matematika (úročení) – sestavení vzorce – logické úlohy	– problémové úlohy – stereometrické úlohy – tvoření úloh k reálným situacím – různé metody řešení

VYUČOVACÍ METODY A POMŮCKY

Práce na tvorbě ŠVP poskytla učitelům nejen prostor pro uspořádání vzdělávacího obsahu, ale vedla je také k zamyšlení nad cíli matematického vzdělávání, postupy pro jejich naplnění a otázkami hodnocení žáků. Proklamovaným cílem matematického vzdělávání na základní škole je získání matematické gramotnosti nezbytné pro řešení problémů běžného života a další studium nebo profesní přípravu. Naplnění tohoto cíle ve skupině žáků s různými schopnostmi a zájmy předpokládá diferenciaci, a to realizovanou prostřednictvím nejen různě obtížných úloh, ale i podnětných prostředí umožňujících přirozenou diferenciaci.

Účinnost vyučování závisí na způsobu, jakým je poznání žákům zprostředkováno. Lze očekávat, že použití rozmanitějších forem reprezentace matematických poznatků, které odpovídají zkušenostem žáků, a volba metod, které žáky moti-

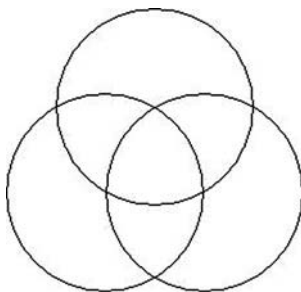
vují k učení a přirozeně je aktivizují, přispějí k lepším vzdělávacím výsledkům. I těmto otázkám je vhodné se věnovat při plánování vzdělávacího obsahu.

Právě volba didaktických pomůcek a úloh, které žáci pomocí nich řeší, má vliv na jejich motivaci k učení se matematice i vzdělávací výsledky. Dále jsou prezentovány ukázky jednoduchých didaktických pomůcek a úloh z pracovních listů pro procvičování učiva tradičních tematických celků, jako jsou dělitelnost přirozených čísel, zlomky, procenta, úpravy výrazů, trojúhelníky, čtyřúhelníky, osová souměrnost aj. Většinu uvedených pomůcek učitelé dobře znají. Bohužel některé z nich upadají v zapomnění, neboť je nahrazují moderní informační technologie (např. interaktivní tabule). Možnosti užití těchto jednoduchých a snadno dostupných didaktických pomůcek jsou ilustrovány na příkladech úloh. Přínos těchto pomůcek pro výuku matematiky nechť každý posoudí sám.

1) DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL

a) Vennovy diagramy

Napište čísla 1 až 30 do diagramu podle jejich dělitelnosti čísly 2, 3 a 5.



b) Desetistěnné hrací kostky

Hodte třemi kostkami a z daných číslic sestavte všechna trojciferná čísla, která jsou dělitelná a) dvěma, b) třemi, c) pěti.

2) CELEK A ČÁST

a) Zlomková zeď jako pomůcka pro porovnávání zlomků

Porovnejte zlomky $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$ a uspořádejte je vzestupně.

c) Procentová tabulka

Určete 15 % z 500.

5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5					

Určete, kolik procent je 45 z 500.

5	5	5	5	5	5	5	5	5	

3) ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

Pomůcky byly publikovány ve sborníku Dva dny s didaktikou matematiky 2007.

a) Algebraické domino (vytýkání)

Vytvořte dvojice stejných výrazů.

b) Algebraické pexeso (algebraické vzorce)

Vytvořte dvojice stejných výrazů.

c) Algebraické kvarteto (vyjádření neznámé ze vzorce)

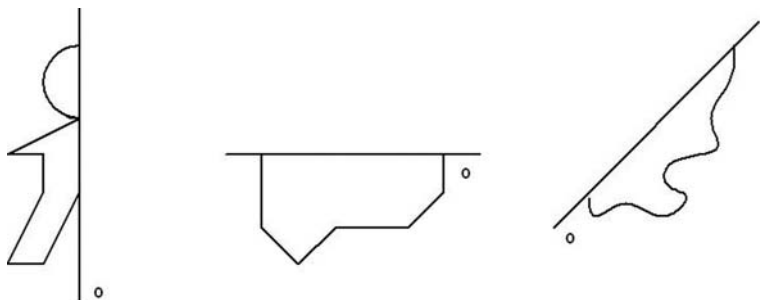
Vytvořte čtveřice stejných vzorců (A , B , C , D).

4) GEOMETRICKÉ KONSTRUKCE

Náměty konstrukčních úloh založených na užití osově souměrnosti byly publikovány ve sborníku Dva dny s didaktikou matematiky 2008.

a) Průsvitka

Sestrojte obrazy v osové souměrnosti určené osou o pomocí průsvitky. (Obkreslete vzor měkkou tužkou na průsvitku, průsvitku překlopte podle přímky o a čáru opět obtáhněte.)



b) Zrcátko

Nakreslete lomenou čáru tvořenou třemi úsečkami tak, aby ve spojení s obrazem v zrcadle vznikl a) čtverec, b) lichoběžník, c) kosodélník, d) deltoid, e) pětiúhelník, f) šestiúhelník.

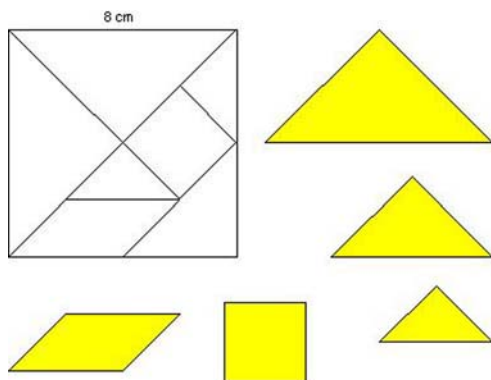
c) Nůžky a papír

Přeložte list papíru tak, aby jeho vystřihováním vznikl obrazec se třemi osami souměrnosti.

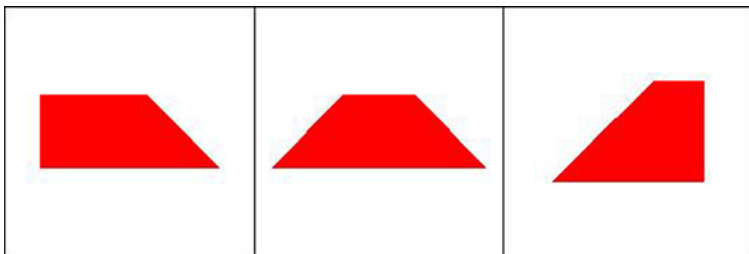
Náměty pro modelování mnohoúhelníků pomocí skládaček byly publikovány ve studijním materiálu Podíl učitele matematiky na tvorbě ŠVP (viz sborník Dna dny s didaktikou matematiky 2007).

d) Tangram

Označte barevně shodné strany dílů tangramu. Určete délky stran dílů tangramu.



Sestavte z tangramu dané lichoběžníky. Určete, který z nich má a) nejmenší, b) největší obvod.



e) Mozaikové čtverce

Sestavte z osmi shodných rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků dvou různých barev (čtyř červených a čtyř zelených) čtvercový obrazec, který je a) osově i středově souměrný, b) pouze osově souměrný, c) pouze středově souměrný.

f) Skládací metr

Vytvořte ze skládacího metru modely jednotlivých typů trojúhelníků.

Vytvořte ze skládacího metru modely úhlů daných velikostí 90° , 45° , 60° , 30° , 120° , 75° , ...

g) Provázková geometrie

Motivační příběh V zámecké zahradě k následující úloze je zveřejněn na metodickém portálu RVP.¹

Sestrojte čtverec pomocí provázku a popište, jak jste postupovali.

HODNOCENÍ

Nelze očekávat, že námi nastavených vzdělávacích výstupů dosáhnou všichni žáci na stejné (stoprocentní) úrovni, ale měli bychom naším didaktickým působením docílit stavu, že všichni vykazují stanovené výstupy alespoň v dostatečné míře, která dává předpoklady pro další vzdělávání. Významnou úlohu v tomto procesu hraje způsob hodnocení. Důležité je nejen průběžné a souhrnné hodnocení žákovy výkonu, ale také hodnocení jeho přístup k učení (např. domácí příprava, práce v hodině, další aktivity) a sebehodnocení žáka. Žák by měl vědět, co se má naučit a zda se mu to podařilo splnit. Jako podklad pro celkové hodnocení žáka lze využít také výsledky diagnostických aktivit, které jsou zaměřeny například na zjišťování úrovně porozumění, a pozorování projevů žáka v hodinách (např. přístupy k řešení úloh, zapojování do diskusí apod.).

¹<http://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/2723/ctyri-geometricke-pribehy.html>

ZÁVĚR

Osobně považuji vyučování za tvůrčí proces, jehož výsledek může učitel významně ovlivnit. Jsem přesvědčen o tom, že záleží především na učiteli, jakou míru invence do svého působení vloží a jaké míry vzdělávacího souladu s žáky svým působením dosáhne. Zapojení se do nesnadné tvorby ŠVP – koncipování vzdělávacího obsahu, didaktických postupů a forem hodnocení mi umožnilo nahlédnout slabá místa v mém přístupu k vyučování matematice a nakonec přispělo ke zkvalitnění mé vlastní práce.

Poznámka: Článek vznikl za podpory grantu GA ČR č. 406/08/0710 a výzkumného záměru AV0Z10190503.

TVOŘENÍ ÚLOH JAKO CESTA K MATEMATICKÉ GRAMOTNOSTI

Marie Tichá, Alena Hošpesová

*Setkáváme se s názorem, že dobře formulovaná úloha je napolo-
vic vyřešená. . .*

*Avšak – do současnosti „síla“ (možnosti, přínos) tvoření úloh
není uznávána „profesionálními vzdělavateli“ – učiteli, didak-
tiky, . . . jako důležitá součást kurikula.*

Brown, Walter, 1993

ÚVODEM

Rozvíjení matematické gramotnosti je důležitý požadavek na vzdělávání v matematice. Usilujeme o to, aby žáci a studenti byli schopni porozumět matematickému textu, vybavovat si při tom potřebné pojmy a postupy, aby byli schopni používat matematiku jako vhodný nástroj při hledání cest, jak porozumět světu (podrobně František Kuřina v této publikaci). V naší práci hledáme cesty efektivního rozvíjení matematické gramotnosti žáků a studentů. Jde nám o to, aby uměli své znalosti rozvíjet a matematiku použít a to nejen ve škole, ale i v každodenním životě, aby chápali matematiku jako něco užitečného. Důraz klademe nejen na řešení rozmanitých úloh. Do centra našich úvah o matematickém vzdělávání se dostává tvoření úloh.

V článku se zmíníme o podnětech, které nás dovedly k přesvědčení, že tvoření úloh by mělo být jedním z centrálních témat vyučování matematice.

ZAČÁTKY

Před více než dvaceti lety jsme začali vytvářet „Projekt užitečné matematiky“ (Kuřina, et al., 1992). Kladli jsme přitom důraz na potřebu prohloubení kontaktů školské matematiky s realitou (Tichá, 1999). Zastávali jsme názor, že „aplikacím“ se nelze věnovat jen zařazováním izolovaných úloh, ale že je třeba snažit se o pochopení celých reálných situací (míra matematického obsahu je přitom samozřejmě různá). Byli jsme vedeni snahou vést žáky k tomu, aby byli schopni matematiku vidět ve světě kolem sebe, v různých „matematických“ i „nematematických“ (reálných) situacích. Reálná prostředí jsme se snažili vybírat tak, aby bylo možné ukázat roli matematiky v popisu reality a aby bylo možné odpovědět na otázku: „K čemu to je?“

O UCHOPOVÁNÍ SITUACE

Situaci rozumíme „otevřenou“ oblast „matematickou“ i „nematematickou“, kterou chceme zkoumat a ze které vyrůstají otázky a úlohy. Uchopováním situace rozumíme myšlenkový proces, ve kterém se prolíná zvláště: vnímání situace; objevení klíčových objektů, jevů a vztahů; stanovení určitého směru uchopování; vytvoření modelu, který umožní formulování hroznu nebo kaskády úloh; formulování otázek a úloh „vyrůstajících“ ze situace. Tyto činnosti jsou zaměřeny na zkoumání a pochopení situace a jejich cílem je formulování otázek, úloh, problémů. Zkušenosti ukazují, že při jejich provádění má vedoucí roli učitel. Došli jsme k názoru, že situaci nasměrovanou na určité téma nebo na metodu řešení je možné označit jako projekt a uchopování situace je možné vidět jako součást práce na projektu (Koman, Tichá, 1996; Tichá, Kubínová, 1999).

V činnostech, které potom při „uchopování situace“ následují, převládá řešení úloh (těžiště práce se přenáší na žáka): hledání odpovědi na formulované otázky a řešení vytvořených úloh; interpretace a hodnocení výsledků a jejich posouzení z různých hledisek; eventuálně identifikace nové situace a její uchopování s využitím zkušeností obohacených během dosavadní činnosti.

O JEDNOM Z PRVNÍCH ŠETŘENÍ

Ukažme některé výsledky a příklady úloh, které jsme získali v rámci zkoumání procesu uchopování situací (Koman, Tichá, 1995–1996; Tichá, 1999).

Zjišťovali jsme schopnost žáků 9. tříd vidět matematiku v každodenních situacích a v nich vyhledávat matematická témata. Vyzvali jsme žáky 9. ročníku, aby sestavili úlohy, které se odehrávají v určité zadané situaci (tady konkrétně prostředí tržnice) nebo se k ní vztahují. Nejprve jsme je uvedli do problému:

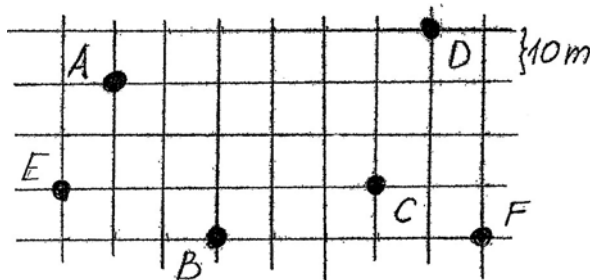
Víte, že v prostředí kolem nás, v každodenních situacích, vzniká řada problémů, k jejichž vyřešení potřebujeme matematiku. Můžeme dokonce mluvit například o „matematice v pekárně“, „matematice kolem výletu“, „matematice kolem dopravy“ atd. Podívejme se, jak to vypadá v prostředí, které stručně nazveme „tržnice“. Snažte se napsat co nejvíce úloh, které vyrůstají z prostředí „tržnice“. Tvořte rozmanité úlohy, to znamená ne všechny úlohy například šuvna trojčlenku.

Žáci 9. ročníku vytvořili velmi zajímavé úlohy s rozmanitou tematikou. Překvapilo nás, že vedle očekávaných témat tradičně zařazovaných do tohoto prostředí (procenta, poměr, úměra, trojčlenka, měřítko plánu, rovnice a jejich soustavy) se objevila i náročnější témata: pravidelnosti a funkce (zvláště přímá úměrnost, nepřímá úměrnost a lineární funkce); statistika (tabulky, diagramy, průměr); prvky finanční matematiky (daně). Objevila se i geometrická témata (obsah, obvod, objem, povrch, a to: plocha, na které stojí stánek při výpočtu

nájemného; povrch stánku, který chceme natřít a počítáme spotřebu barvy; objem válcové nádrže na vodu s požadavkem zjistit, za jak dlouho se nádrž naplní) a zařazení různých jednotek (délky, hmotnosti, času a jejich převádění). Překvapilo nás časté zařazení Pythagorovy věty (určování délek trámů při stavbě stánku) a často se vyskytující „úlohy o pohybu“ (Za jak dlouho se dostanu do tržnice? Jak rychle musím jet, abych dovezl zboží včas? Za jak dlouho přinesu drobné ze vzdáleného stánku?). V úlohách se často objevily výzvy k posouzení výhodnosti nákupů a upozornění na výhodnost využívání výpočetní techniky, kalkulaček i počítačů (statistika). Někteří žáci pestrostí úloh zašli dokonce dále do fyzikálních a chemických námětů.

Příklady vytvořených úloh:

- Stánky jsou umístěny v mřížových bodech (Obrázek 1). Neleží ale všechny v jedné přímce.
 - Jak daleko je to od stánku A ke stánku C, když můžeme chodit jenom uličkami?
 - Jak daleko by to měla moucha, která letí nejkratší možnou cestou?



Obr. 1

- Stánek vysoký 2,5 m chci podepřít tyčí dlouhou 3,8 m. Jak daleko od zdi bude konec tyče?
- Ve stánku s občerstvením potřebují teplou vodu. Kolik litrů vody se vejde do bojleru a kolik energie se spotřebuje na její ohřátí? Potřebné údaje si zjistěte.
- Kolik m^2 látky potřebujeme na potažení prodejního stánku?
- Které ovoce je osově souměrné?
- Navrhněte plánek tržnice, aby tržnice byla osově souměrná.
- V obchodě prodali první den 500 kg jablek. Druhý den o 20 % víc než první den a třetí den o 50 % více než druhý den. Kolik kg jablek prodali za tři dny?

- *Jeden kilogram kávy Jakobs stojí 270 Kč a jeden kg kávy Jihlavanka stojí 360 Kč. Máme namíchat 70 kg kávy, aby jeden kg stál 300 Kč. Jak máme udělat směs?*

O TVOŘENÍ ÚLOH

Tvoření úloh chápeme zpravidla (a) jako tvoření nových úloh vyrůstajících z určité „matematické“, nebo „nematematické“ situace nebo (b) jako přeformulování určité úlohy, například otázkou „Co když (ne)?“, „uvolňováním parametrů“, ... (Tichá, 2008).

My chápeme tvoření úloh jako jeden z cílů matematického vzdělávání i jako prostředek, jak tohoto cíle dosáhnout. Tvoření úloh a poznatky z něho plynoucí mohou také představovat prostředek, jednu z metod pro zjišťování úrovně znalostí žáků, eventuálně konkrétní projevy neporozumění a jejich příčiny. Vedle toho se ukazuje, že tvoření úloh může žáky motivovat k úsilí prohlubovat znalosti a tak přispívat k rozvíjení matematické gramotnosti.

Žákům 2. stupně základní školy (10–15 let) a studentům učitelství 1. stupně základní školy jsme postupně zadávali různé typy úkolů požadujících vytvořit zpravidla tři až pět úloh:

- vyrůstajících z určité volně popsané situace (příběh, obrázek, prostředí, ...),
- které obsahují určité údaje (Petr psal úkol $\frac{1}{2}$ hodiny a učil se slovíčka $\frac{1}{4}$ hodiny),
- při jejichž řešení dojdeme k určitému výsledku (např. ve výsledku bude údaj $\frac{8}{15}$),
- při jejichž řešení stačí provést určitý daný (jednoduchý) výpočet, například $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}, \dots$

Vzhledem k významnému postavení učiva o vztahu celku a části a pojmu zlomek, jsme se zaměřili i při tvoření úloh na tento okruh učiva (Tichá, 2008).

Úkol byl plněn v několika krocích:

- a) tvoření úloh;
- b) řešení vytvořených úloh a individuální reflexe/hodnocení (obojí tvůrcem úlohy i jinými studenty);
- c) společná reflexe/hodnocení.

TVOŘENÍ SLOVNÍCH ÚLOH K SOUČTU

V několika po sobě jdoucích letech jsme zadávali žákům 5.–8. ročníku (10–14 let) úkol:

Sestav takovou slovní úlohu, aby k jejímu vyřešení stačilo vypočítat $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ (5. a 6. ročník); $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ (7. a 8. ročník).

Úkol určený žákům 7. a 8. ročníku jsme posléze zadali i studentům středních a vysokých škol.

V úplném začátku jsme zaznamenali následující rozhovor žáků D1, D2, K ($\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$), který ukazuje, jak silně jsou žáci ovlivněni zkušeností s obvyklým zadáním matematických úloh:

D1: Jana a Hanka mají... třeba 20 bonbonů... ne to nejde... 12... aby to šlo dělit. Rozdělí si to tak, že Jana dostane $\frac{2}{3}$ a Hanka $\frac{1}{4}$... ale (*znejistí*)

K: Kdo sní ten zbytek?

D1: To je jen přibližně.

K: Ale tam přece něco zbyde. Kdo to bude mít?

D1: Jo... tak takhle (*kreslí na tabuli kruh a v něm vyznačuje $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{4}$*). Mají pytlík bonbonů. Jana dostane $\frac{2}{3}$ a Hanka $\frac{1}{4}$ (*ukazuje*). Kolik dostanou dohromady?

D2: Ale když nevím, kolik bonbonů mají, tak nevím, kolik snědí. Je to kus toho kruhu.

D1: Aha. Tak... Kolik z pytlíku dostanou dohromady?

CO UKÁŽOU VYTVOŘENÉ ÚLOHY

Bylo možné najít určité charakteristické rysy, kterými se odlišovaly úlohy různých věkových kategorií, avšak na druhé straně naše šetření ukázalo, že některé chybné představy, které jsme pozorovali u žáků 5. ročníku, se objevily i v pracích žáků 8. ročníku, a dokonce i studentů středních a vysokých škol. Potvrdilo se, že nedostatky vzniklé zřejmě už v období vytváření prvních představ mají dlouhou setrvačnost. Úlohy starších žáků a studentů byly sice formulované lepším jazykem, ale neporozumění a chyby se neustále opakovaly.

- *Byly dvě třídy. V jedné z nich chyběla $\frac{1}{4}$ žáků a ve druhé $\frac{1}{2}$. Kolik ze studentů obou tříd dohromady chybělo?* (5. ročník)

- *První soused sklídl $\frac{2}{3}$ své zahrady, druhý $\frac{1}{4}$ své zahrady. Vypočítej kolik sklídili oba dohromady. (8. ročník)*

Řešení: $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$

- *Třídy 6. A a 6. B volily „učitele roku“. Nejvíce hlasů bylo pro paní Danielu Novákovou. Ze 6. A ji volila $\frac{1}{4}$ žáků, ze 6. B $\frac{2}{3}$. Jaká část žáků obou tříd volila paní Novákovou? (Kolik ze studentů obou tříd volilo paní Novákovou?) (SŠ 3. ročník)*

Řešení: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$

Odpověď: $\frac{11}{12}$ z celkového počtu žáků obou tříd volilo paní Novákovou.

- *Mám dva sáčky kuliček. V prvním jsou modré a ve druhém bílé. Z prvního vyndám $\frac{2}{3}$, ze druhého $\frac{1}{4}$. Kolik z kuliček jsem vybrala celkem? (VŠ 3. ročník)*

Žáci si neuvědomují, že pracují s různými celky. Ukazuje se, že ani autoři těchto úloh, ani žáci, kteří je později řešili, si neuvědomují, v jaké roli zde zlomky vystupují (veličina, operátor). Projevuje se tu rušivý vliv dosud získaných poznatků s počítáním s přirozenými čísly. Podívejme se, jak jednu z takových úloh řešil jiný žák (ne autor):

- *Byly dvě třídy a z jedné třídy chyběla $\frac{1}{4}$ a z druhé třídy chyběla $\frac{1}{2}$ dětí. Kolik dětí chybělo v obou třídách dohromady?*

Řešení: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

Odpověď: Z obou tří dohromady chyběly $\frac{3}{4}$ žáků.

Komentář řešitele: Myslím si, že by úloha měla obsahovat, kolik žáků každá třída má.

Byly dvě třídy. První třída měla 24 žáků. Druhá třída měla 26 žáků.

Z první třídy chybělo $\frac{1}{4}$ žáků, z druhé třídy chybělo $\frac{1}{2}$ žáků.

Výpočet: $\frac{1}{4}$ z 24 = 6 $\frac{1}{2}$ z 26 = 13 13 + 6 = 19 = $\frac{3}{4}$

Odpověď: Z obou tříd dohromady chybělo 19 žáků tedy $\frac{3}{4}$.

Žák nebyl schopen svou chybu rozpoznat ani v bezprostředně následném rozhovoru s experimentátorem:

E: Ty sis doplnil počty žáků v jednotlivých třídách.

Ž: Aby se dalo spočítat, kolik dětí chybí.

E: Aha. Ale ten výsledek se mi nějak nezdá. V obou třídách je dohromady...

Ž: *(bezprostředně doplňuje, skáče do řeči)*... padesát.

E: A chybí...

Ž: *(opět bezprostředně doplňuje)*... devatenáct... No jo. Míň než půlka.

E: A proč tady píšeš, že chybí $\frac{3}{4}$ žáků.

Ž: No jo vlastně. To je divný... To nejde... Tam musí být něco špatně... *(pře-počítává)*... Ale zdá se mi to všechno dobře.

Potěšující však bylo, že žák se nad problémem dále zamýšlel a po několika dnech chybu objevil.

Ukažme si ještě jeden významný omyl.

- *V hlavním městě je $\frac{1}{4}$ nekuřáků a $\frac{1}{2}$ kuřáků. Kolik lidí kouří a nekouří? Spočítat dohromady.*

Tento typ úlohy se vyskytoval poměrně často a to ve všech věkových úrovních v různých kontextech (muži–ženy, ...). Jeho autor nechápe, že se jedná o dělení souboru podle jednoho znaku (tedy na podmnožinu a její doplněk).

(Dalšími aspekty se zabýváme v pracích Tichá, Macháčková, 2006; Tichá, Hošpesová, 2009.)

TVOŘENÍ SLOVNÍCH ÚLOH K SOUČINU

Úkol: *Vytvoř tři až pět slovních úloh, aby k jejich vyřešení stačilo vypočítat $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$* , jsme zadávali opět žákům ZŠ i studentům učitelství. S ohledem na to, že charakter vytvořených úloh byl ve všech skupinách respondentů stejný, budeme tady komentovat jen práce studentů.

Souhrnně lze říci: v práci většiny studentů jsme pozorovali jistou jednostrannost (tendenci ke stereotypu), která se týkala situačního kontextu (koláče, kuličky, ...), kvality prostředí (diskrétní, spojitě), interpretace (operátor, veličina, ...), reprezentace, matematických modelů. Každý student se držel určitého typu úlohy.

PŘÍKLADY *slabých stránek* VYTVOŘENÝCH ÚLOH

1. Studenti zlomek chápou a interpretují střídavě (bezprostředně po sobě v jedné úloze, případně v komentáři) jako operátor a jako veličinu.

V komentáři k vytvořené úloze: „*Na stole leží $\frac{2}{3}$ kg mandarínek. Veronika snědla $\frac{1}{4}$ kg. Kolik mandarínek zůstalo?*“ studentka (ne autorka) napsala: *Veronika snědla $\frac{1}{4}$ kg, ale z čeho? Ze $\frac{2}{3}$? Z $\frac{1}{3}$?*

2. Často se projevuje rušivý vliv znalosti počítání s přirozenými čísly (například přesvědčení, že násobení znamená zvětšení).

- *Jakub snědl $\frac{1}{4}$ koláče. Pavel snědl $\frac{2}{3}$ krát více než Jakub. Jakou část koláče kluci snědli? (také otázka Kolik kdo snědl?)*

A k tomu přistupuje často nereálnost

- *Maminka koupila $\frac{1}{4}$ kg brambor. Pak si vzpomněla, že bude potřebovat ještě $\frac{2}{3}$ krát více brambor. Kolik bude mít maminka celkem nakoupených brambor?*

3. Studenti jsou uzavřeni v aditivní struktuře.

- *Pavel pracuje $\frac{2}{3}$ hodiny v pondělí a $\frac{1}{4}$ hodiny v úterý. Kolik celkem času Pavel pracoval za oba dva dny?*

4. Studenti doplňují kvantitativní údaje často bez ohledu na výpočet, který se má provádět.

- *Na hřišti je 20 dětí. $\frac{2}{3}$ jsou dívky a z nich $\frac{1}{4}$ má červené tričko. Kolik dívek má červené tričko?*

5. Úlohy dávají smysl, ale neodpovídají zadání.

- *Maminka dětem upekla dva koláče. Pepík z jednoho snědl $\frac{1}{4}$ a Honzík z druhého $\frac{2}{3}$. Který z chlapců snědl větší část?*

6. Základ je nejasně deklarován (autoři úloh si neuvědomují, že je možné uchopit zadání různě, že se může jednat o aditivní i multiplikativní strukturu).

- *Hanka měla sáček bonbónů plný ze $\frac{2}{3}$. Ujedla $\frac{1}{4}$. Jaká část bonbónů jí zbyla?*

7. Stále se objevují chybné představy vztahující se k třídění, rozkladu.

- *4 kamarádi mohou sníst pouze $\frac{2}{3}$ dortu, protože $\frac{1}{4}$ musí nechat kamarádovi. Jaká část dortu připadne na každého z nich?*

8. Studenti občas napíší něco, co vypadá jako matematická úloha – ale „co tím chtěl básník říci?“

- *Maminka vysadila $\frac{1}{4}$ rajčat do $\frac{2}{3}$ záhonu. Kolik rajčat vysadila do záhonu?*
- *Jeníček měl na stole $\frac{1}{4}$ koláče. Uslyšel však Mařenku, jak se mu za rohem posmívá, že $\frac{2}{3}$ z koláče ujedla. Z kolika třetin se skládal celý koláč?*

REFLEXE/POSOUZENÍ VYTVOŘENÝCH ÚLOH

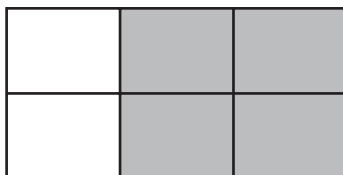
Jedna studentka vytvořila následující trojici úloh:

- *Na stole ležely $\frac{2}{3}$ koláče. Dušan snědl $\frac{1}{4}$ ze $\frac{2}{3}$ koláče. Kolik koláče zbylo?*
- *Na stole ležely $\frac{2}{3}$ kg mandarinek. Veronika snědla $\frac{1}{4}$ kg. Kolik mandarinek zbylo?*
- *Sklenice byla ze $\frac{2}{3}$ plná. Gabriel vypil $\frac{1}{4}$. Z kolika byla sklenice plná?*

Úkolem dalších studentů bylo posoudit adekvátnost těchto úloh. Ukážeme dva příklady toho, jak studenti hodnotili první z uvedené trojice úloh.

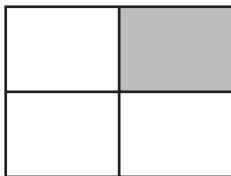
Jedna posuzovatelka napsala:

Slovní úlohu jsem si nejprve graficky znázornila. Šedivá část ukazuje $\frac{2}{3}$ koláče, které ležely na stole (následuje obr. 2).



Obr. 2

Z této slovní úlohy nebylo patrné, zda Dušan snědl $\frac{1}{4}$ z tohoto koláče nebo z jiného. Předpokládala jsem, že $\frac{1}{4}$ snědl z tohoto koláče. Proto jsem si tyto $\frac{2}{3}$ rozdělila na čtvrtiny, z nichž Dušan snědl $\frac{1}{4}$ (následuje obr. 3).



Obr. 3

Poté jsem počítala: Původní celek = $\frac{3}{3}$ koláče.

$$\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ (které ležely na stole)}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{4} \left(\frac{2}{3} \text{ jsem rozdělila na čtyři stejně velké části} \right)$$

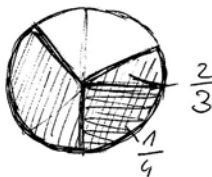
$$\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ Odpověď: Na stole zbylo } \frac{3}{4} \text{ koláče.}$$

Celou trojici úloh hodnotila takto:

V žádné z těchto slovních úloh jsem nepoužila násobení k jejich vyřešení. Proto, abych mohla k jejich vyřešení použít násobení mi v těchto slovních úlohách chyběly otázky typu: kolikrát větší, kolikrát více.

A napsala vlastní úlohy:

- Pekař peče pečivo, které rozváží do dvou prodejen ve městě. Do jedné prodejny rozvezl $\frac{2}{3}$ pečiva a do druhé $\frac{1}{4}$ krát více pečiva. Kolik pečiva rozvezl do druhé prodejny?
- Maminka pekla koláč pro děti. Do těsta přidala nejprve $\frac{1}{4}$ kg mouky. Po té ale zjistila, že by koláč byl moc malý a tak ještě přidala $\frac{2}{3}$ krát více mouky. Kolikrát více mouky maminka spotřebovala na koláč pro děti?
- Děti trávily prázdniny na táboře. Druhý den se vedoucí tábora rozhodli, že půjdou na celodenní výlet, a tak děti oddělili na dvě skupiny. První skupina ušla $\frac{2}{3}$ cesty, druhá skupina ušla o $\frac{1}{4}$ krát delší trasu. Jak dlouhou trasu ušla druhá skupina?



Obr. 4

Jiný student napsal: *David snědl $\frac{1}{4}$ ze $\frac{2}{3}$ koláče = $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ koláče. Úloha je správně.* A doplnil obrázek (obr. 4).

Uvedené ukázky nejsou ojedinělé. V individuálním posuzování vytvořených úloh se objevily další nedostatky a chybné představy. To posílilo naše přesvědčení o potřebě kolektivní reflexe. Také se potvrdila potřeba poskytnout studentům dostatek času k reflexím úloh a ke vzájemné konfrontaci.

PŘÍNOS „TVOŘENÍ ÚLOH“ PRO VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

Jaký tu vidíme přínos pro žáky? Má smysl, aby žáci tvořili úlohy? Jaký tu vidíme přínos pro učitele? Má smysl, aby studenti učitelství tvořili úlohy?

Takové otázky se pochopitelně objeví.

Naše zkušenosti ukazují, že žáci při tvoření úloh musí proniknout do podstaty problému, situace. Uvědomí si potřebu přesných, jednoznačných formulací. Pro mnohé je důležité, že mohou tvořit úlohy přiměřené jejich znalostem.

Učitel pozná, kde žáky „tlačí bota“, kde mají nedostatky v konkrétním tématu a také jejich příčinu. Pozná, zda jsou schopni poznatky aplikovat a dále prohlubovat (tedy zda jejich znalosti nejsou formální).

V poslední době jsme si začali uvědomovat motivační sílu „tvoření úloh“. Překvapivě velká část žáků a zvláště studentů si uvědomila své nedostatky a začala pracovat na jejich odstranění.

NĚKTERÉ OTEVŘENÉ OTÁZKY NA ZÁVĚR

- Které znalosti (matematické i obecné) jsou předpokladem pro úspěšné tvoření úloh?
- Jak lze zjišťovat přínos tvoření úloh pro autory/tvůrce a „posun“ v kompetencích těchto tvůrců?
- Jakou pomoc potřebují učitelé při zařazování tvoření úloh?

Článek vznikl s podporou grantů GAČR 406/08/0710 a AV ČR, výzkumný záměr AV0Z10190503.

LITERATURA

- [1] Koman, M., Tichá, M. Cestování – čas – peníze. *Matematika, fyzika, informatika*, roč. 5, 1995/1996, č. 5 a 6, 227–232 a 281–284.
- [2] Koman, M., Tichá, M. Řešíme úlohy o nákupech, cenách, zisku. *Matematika, fyzika, informatika*, roč. 5, 1995/1996, č. 3 a 4, 113–117 a 172–177.
- [3] Koman, M., Tichá, M. Jak pomocí pravidelností a závislostí získávat vhled do situací. In *Sborník konference 5. setkání učitelů matematiky všech stupňů a typů škol*. Plzeň : 1996, 50–53.
- [4] Kuřina, F., Hejný, M., Koman, M., Tichá, M. Projekt užitečné matematiky pro 11–15leté žáky. *Učitel matematiky, fyziky, informatiky*, 6, 1992, 15–19.
- [5] Tichá, M. Aplikace ve vyučování matematice. In Bachelová, Z., Sochací, V. (eds.) *Sborník přednášek z konference Matematické vzdělávání 10–15letých žáků*. Frýdek-Místek : JČMF, 1999, s. 96–104.
- [6] Tichá, M. Tvoření úloh v přípravě učitelů matematiky. In M. Lávička, B. Bastl, (eds.) *11. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. Plzeň : Vydavatelský servis, 2008, s. 309–314. ISBN 978-80-86843-21-6 (brož. vydání), 978-80-86843-22-3 CD ROM.
- [7] Tichá, M., Hošpesová, A. Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training. Příspěvek přijatý k publikování v *Proceedings of the Sixth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6)*, Lyon : 2009. V tisku.
- [8] Tichá, M., Hošpesová, A. Rozvíjení didaktických znalostí obsahu matematického vzdělávání v přípravě učitelů 1. stupně. In T. Janík, a kol. *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno : Paido, 2009, s. 119–128. ISBN 978-80-247-2429-4.
- [9] Tichá, M., Kubínová, M. On the activating role of projects in the classroom. In I. Schwank (ed) *Proceedings of CERME 1*, s. 409–420, Osnabrück : Forschungsinstitut für Didaktik der Mathematik 1999. ISBN 3-925386-53-X.
- [10] Tichá, M., Macháčková, J. *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice (Cesty k porozumění zlomkům)*. Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP – studijní materiály k projektu CZ.04.1.03/3.1.15.1/0237. Praha : JČMF 2006, ISBN 80-7015-097-1 CD ROM. 37 stran, 8 304 kB.

DALŠÍ PŘÍKLADY LITERATURY PRO ZÁJEMCE O TÉMA TVOŘENÍ ÚLOH

- [11] Christou, C., Mousolides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., Shiraman, B. An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM*, 37, 3, 2005, 149–158.
- [12] Crespo, S. Learning to pose mathematical problems: exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 2003, 243–270.
- [13] English, L. D. The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 1997, 183–217.
- [14] Kilpatrick, J. Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (ed.) *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale : Lawrence Erlbaum Associates, 1987, 123–147.
- [15] Pittalis, M., Christou, C., Mousolides, N., Pitta-Pantazi, D. A Structural Model for Problem Posing. In M. J. Hoines, A. J. Bishop (Eds.) *Proceedings of 28th PME*. Bergen : Norway, 4, 2004, 49–56.
- [16] Potari, D., Zacharides, T., Christou, C., Kyriazis, G., Pitta-Pantazi, D. Teachers' mathematical knowledge and pedagogical practices in the teaching of derivative. In D. Pitta-Pantazi, G. Philippou (Eds.), *Proceedings CERME 5*. Nicosia : University of Cyprus, 2007, 1955–1964.
- [17] Silver, E. A. On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 1994, 14, 1, 19–28.
- [18] Silver, E. A., Cai, J. An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1996, 27, 5, 521–539.

Poznámka: Texty a výpovědi žáků a studentů zachováváme autentické.

POČÍTAČOVÁ A MATEMATICKÁ GRAMOTNOST

Jiří Vaníček

1 POČÍTAČOVÁ A MATEMATICKÁ GRAMOTNOST

Gramotnost může být ze společenského pohledu vnímána jako právo člověka (ve smyslu „každý má právo moci číst a psát“); ve světě existují organizace, které podporují právo člověka na to stát se gramotným (často ve smyslu čtenářské gramotnosti). Matematické gramotnosti a jejímu vymezení se věnují články Kuřiny, Hošpesové a Tiché v tomto sborníku a Kuřiny [6, s. 14], proto ji nebudeme v tomto článku vymezovat. Podíváme se na gramotnost počítačovou a na její vztah k matematické gramotnosti.

S pojmem počítačová gramotnost (computer literacy) není situace tak přehledná; v poslední době se postupně používalo několik termínů, které mohou čtenáři splývat: počítačová gramotnost, informační (nebo informačně-technologická) gramotnost, digitální gramotnost. Vymezení jednotlivých druhů „soupeřících“ termínů budí dojem snahy spíše klást důraz na některou složku, např. práce s informacemi (pomocí počítače) nebo práce s digitálními technologiemi (pomocí počítače). Terminologická vymezení těchto pojmů působí někdy samoúčelně. Např. Odborná komise pro informační vzdělávání a informační gramotnost na vysokých školách, k jejíž náplni patří tvorba standardů pro informační gramotnost a informační výchovu na VŠ, definuje informační gramotnost následovně: je postavena na základu informačně-technologické gramotnosti a zahrnuje literární gramotnost, dokumentární gramotnost, numerickou gramotnost a jazykovou gramotnost s nadstavbou funkční gramotnosti (k čemuž přistupuje etický přístup a právní povědomí o využívání informací) [1]. Je otázkou, zda je toto vymezení užitečné.

2 OBSAH POČÍTAČOVÉ GRAMOTNOSTI A KONCEPT ECDL

Jakmile opustíme terminologii, začíná být situace daleko přehlednější. V Evropě existuje uznávaný standard počítačové gramotnosti, ECDL, „evropský počítačový řidičský průkaz“ (European Computer Driving Licence) s jasně stanoveným objektivním minimem kompetencí a pravidly testování tohoto standardu, které byly vytvořeny na přelomu tisíciletí a v České republice prosazovány po vstupu ČR do EU. Přínos konceptu ECDL spočívá v tom, že předkládá mezinárodně uznávanou objektivní standardizovanou metodu pro ověření počítačové

gramotnosti pomocí praktických testů. [ECDL] V západní Evropě je často ECDL integrován do vzdělávacích standardů zaměstnanců velkých firem.

Testy ECDL se skládají ze sedmi modulů z jednotlivých oblastí práce s počítačem:

- základní pojmy ICT;
- používání počítače a správa souborů;
- zpracování textu;
- tabulkový procesor;
- použití databází;
- prezentace;
- práce s Internetem a komunikace.

Požadovaná úroveň není nikterak vysoká, nevyžaduje se řešení problémů, ale základní činnosti (pro orientaci: formátování textu v textovém editoru, výpočet průměru v tabulkovém procesoru, odeslání e-mailu s přílohou, vložení dat do tabulky databáze, kopírování souborů). Není bez zajímavosti, že v době příprav projektu vzdělávání učitelů v oblasti technologií pod názvem Informační gramotnost SIPVZ byl koncept ECDL vážným kandidátem na testování absolventů základního modulu tohoto vzdělávacího projektu, kterým později prošlo více než 75 % českých učitelů.

3 VZTAH MATEMATICKÉ A POČÍTAČOVÉ GRAMOTNOSTI

Podle Kuřiny je matematická gramotnost prvním stupněm matematické kultury [6]. Lze tedy říci, že (na určité úrovni) existují úlohy a problémy, které vyřeší matematicky gramotný člověk bez nutnosti velkého matematického přehledu, výrazného zapojení inteligence, představivosti, matematického myšlení. Oproti tomu existují úlohy, např. úlohy z olympiád, k jejichž řešení nestačí pouhá gramotnost řešitele. Na úspěšnosti v řešení takových úloh tedy poznáme matematický talent.

Můžeme také najít úlohy, které nevyžadují matematickou gramotnost, a přesto k řešení potřebují některé z výše vyjmenovaných složek matematické kultury. Příkladem je např. tato úloha: Prímý meč má zajímavou vlastnost: lze jej vytáhnout z pochvy, která jej těsně obklopuje, což u jiných zahnutých mečů nelze. Tedy s jednou výjimkou, a tou je pravidelně zahnutý meč (tvaru kruhového oblouku). Existuje však ještě další tvar meče, který lze vytáhnout z pochvy, která jej těsně obklopuje. Který to je?

Je zřejmé, že v zadání této úlohy se nevyskytují matematické pojmy a zadání vystačí s běžnými termíny ze života a porozumí mu i matematicky negramotný člověk. Také správná odpověď na tuto otázku (meč tvaru vývrtky) nezní matematicky, přesto od řešitele vyžaduje matematický talent, aby správné řešení našel.

Podobně jako v matematice, i v informatice nebo obecněji v práci s počítačem existují úlohy, které trénují základní gramotnost, a úlohy, kdy jsou vyžadovány vyšší informatické schopnosti (inteligence, představivost, schopnost analýzy a další mentální činnosti), což pro jednoduchost shrňme pod pojem informatický talent. U počítače pak mohou být žákům předkládány matematické úlohy, které vyžadují pouhou matematickou gramotnost, zato vyžadují uplatnění jisté míry informatického talentu. Jde o úlohy informatického charakteru, v nichž je potřeba rozumět některým základním pojmům, termínům, algoritmům (např. průměr, průsečík).

Příkladem může být vytváření mechanických geometrických modelů reálných předmětů, např. modelu jedoucího automobilu nebo cyklisty [8, s. 138]. V těchto modelech je věrnost pohybu dosažena např. skrýváním a objevováním geometrických objektů na základě existence průsečíků již existujících objektů nebo pomocí shodných zobrazení skrytých objektů, jejichž obrazy tak dostávají požadované vlastnosti, těžko dosažitelné standardní geometrickou konstrukcí. V těchto úlohách se využívá základních matematických poznatků, ovšem základem je „počítačový, programátorský“ přístup.

Stejně tak mohou žáci při výuce matematiky s počítačem dostat úlohu, jejíž podstata tkví v matematickém řešení doplněném znalostmi na úrovni počítačové gramotnosti. Oblast počítačem podporované výuky matematiky obsahuje především tento typ úloh, v nichž je počítač použit jako elektronická pomůcka (kalkulátor nebo náčtník), např. vyšetřit průběh funkce, sestavit trojúhelník daný třemi prvky.

Pěkným příkladem je úloha, v níž mají žáci v dynamické figuře tečen z bodu A ke kružnici, konstruovaných jako spojnice průsečíků Thaletovy kružnice s daným bodem A , najít konstrukční chybu [8, s. 81]. K vyřešení úlohy stačí základní ovládání programu a návyk manipulovat s hotovou figurou, ovšem k odhalení důvodu, proč není konstrukce obecná, je již vyžadováno matematické myšlení.

Uvedme skutečný příklad, kdy se v zadání úlohy setkalo matematické a počítačové řešení a kdy řešitel nahradil nedostatek matematických schopností informatickými. Programátor vytvářel počítačový program, který testoval znalosti žáků. Testové úlohy měly být hodnoceny podle obtížnosti, za správnou odpověď žák získal 9, 12 nebo 15 bodů, při nesprávné odpovědi se naopak odečítaly 3, 4 nebo 5 bodů. Programátor dostal náповědu označit úrovně obtížnosti úlohy $x = 1, 2, 3$ a vypočítat získané (Z) nebo odebrané (O) body z úrovně obtížnosti dosazením do výrazu, např. $Z(x) = 3(x + 2)$, $O(x) = -(x + 2)$. Náповědu patrně nepochopil, nicméně dokázal si poradit. Vytvořil v databázi tabulku, jejíž sloupce pojmenoval *obtížnost*, *získané* a *odebrané*, do nichž hodnoty bodů číselně zapsal; program pak příslušné hodnoty vyhledával v tabulce. I když řešení pomocí výrazů je čistší a matematicky krásnější, programátor argumentoval tím, že v tabulce může napsat hodnoty libovolné, i takové, pro které by vymýšlení předpisu bylo obtížné nebo nemožné.

4 RIZIKO REDUKCE VÝUKY INFORMATIKY NA „POUHOU“ POČÍTAČOVOU GRAMOTNOST

V současné době vlivem převažujícího konzumního principu ve výuce informačních technologií (viz rámcové vzdělávací programy pro různé typy škol) se v kurikulu českých škol úlohy informatické povahy příliš nevyskytují, školní výuka je podřízena cíli dosáhnout počítačové gramotnosti. V důsledku preference tohoto trendu máme víceméně počítačově gramotnou mladou generaci, ovšem také chybí maturanti vzdělání v oblasti informatiky. Tito maturanti nejen že nemají příslušné kompetence, aby mohli studovat informatické obory na vysoké škole, ale často ani nemají představu, co vlastně je předmětem informatiky, co jsou typické informatické úlohy, které vyžadují víc než jen počítačovou gramotnost.

Typické informatické úlohy se snaží do školního kurikula vnést soutěž pro žáky základních a středních škol s názvem *Bobřík informatiky*. Soutěž si klade za cíl prohloubit a formovat zájem mládeže o informační a komunikační technologie a jejich využívání při svém učení. Tato soutěž je organizačně a zaměřením podobná Matematickému klokanu, jejím cílem je popularizovat informatiku mezi žáky i na školách a seznámit neaprobované učitele s informatickými tématy. Soutěž není zaměřena jednostranně na programování ani na uživatelský přístup a není závislá na nějaké konkrétní platformě [7, s. 549]. Soutěž je mezinárodní, na její přípravě letos spolupracovalo 15 převážně evropských zemí včetně všech našich sousedů.

Soutěžní úlohy této soutěže, která probíhá formou online počítačového testu s výběrovými odpověďmi, lze tematicky rozdělit do čtyř skupin [4, s. 2]:

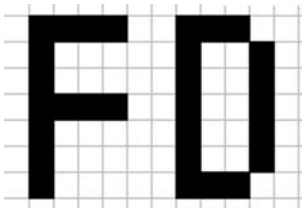
- digitální gramotnost (základní pojmy a znalosti, práce s aplikacemi; etické a právní otázky, bezpečnost)
- programování (formální popis řešení, procesu, chování, progresu; porozumění, analyzování, interpretace takových popisů; algoritmy a algoritmické myšlení)
- řešení problémů (logické myšlení, ověřování, argumentace; hlavolamy, hádanky, problémy, strategie pro řešení problémů)
- práce s daty (reprezentace, kódování, vzorky, struktury dat; matematické základy informatiky, kombinatorika; údaje a údajové struktury, informace, zpracování dat)

5 ÚLOHY ZE SOUTĚŽE BOBŘÍK INFORMATIKY

Ukažme si některé úlohy, které k vyřešení vyžadují víc než počítačovou gramotnost. Úlohy jsou vybrány z loňského a letošního národního kola.

Marek si vymyslel své vlastní kódování písmen. Např. písmeno F na obr. 1 zakódoval kódem 4114111, písmeno D zakódoval 3222223. Které z následujících písmen je zakódováno kódem 1111114?

Zdůvodnění: Marek kódoval svá písmena tak, že zapsal počet černých políček v jednotlivých řádcích seshora dolů. Kód 11111114 ukazuje, že ve spodním řádku písmena jsou 4 černá políčka, v ostatních pouze 1. Takovému popisu odpovídá pouze písmeno L.



Obr. 1: Ilustrace k úloze Kódování písmen

Dva hrací automaty spolu o dni volna hrály hru, v níž střídavě odebíraly mince z hromádky. Automat A vždy odebral jednu minci, automat B vždy odebral co nejvíce, maximálně však polovinu všech mincí, které právě byly na hromádce. Kdo odebral z hromádky poslední minci, vyhrál.

Automaty hrály tuto hru mnohokrát a při zahájení se pravidelně střídaly. Na začátku každé hry byl na hromádce náhodný počet mincí, nejméně 10, nejvíce 30 mincí. Kdo z automatů vyhrával?

Nabízené odpovědi: vždy vyhrál A, častěji vyhrál A, častěji vyhrál B, oba vyhrávaly stejně často.

Zdůvodnění: Představme si konec hry. Na hromádce zbyla jedna mince. Je-li na tahu automat A, vezme ji a vyhraje. Automat B však smí vzít pouze polovinu všech mincí na hromádce, celou minci tedy vzít nesmí. Nevezme tedy nic a v následujícím tahu minci vezme automat A. Automat A vždy vyhraje.

K psaní webových stránek se používají značky jazyka HTML. Část kódu `<b>bold</b>` zobrazí prohlížeč tučným písmem: **bold**, obdobně část kódu `<i>italics</i>` zobrazí prohlížeč kurzívou: *italics*. Jak zobrazí prohlížeč následující větu?

Soutěž Bobřík <i>informatiky</i> je tu.

Nabízené odpovědi:

Soutěž **Bobřík** *informatiky* je tu.

Soutěž **Bobřík** *informatiky* je tu.

Soutěž **Bobřík** *informatiky* je tu.

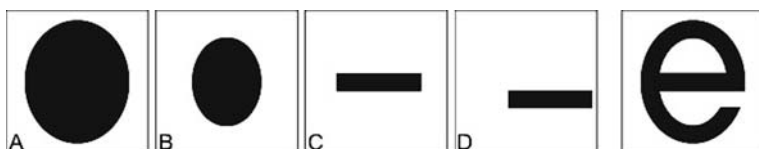
Soutěž *Bobřík* **informatiky** je tu.

Zdůvodnění: Slovo Bobřík je formátováno tučným písmem. Slovo informatiky je formátováno tučným písmem i kurzívou. Správně je Soutěž **Bobřík** *informatiky* je tu.

LOGICKÉ OPERACE V POČÍTAČOVÉ GRAFICE

Logické operace se používají i v počítačové grafice. *Průnik* vybere ze dvou překrývajících se objektů tu oblast, kterou se překrývají (kteřou mají společnou). V zápisu zapisujeme *průnik* (X, Y). *Spojení* (sjednocení) vybere celou oblast, která vznikne spojením obou objektů. Zapisujeme *spojení* (X, Y). *Rozdíl* dvou překrývajících se objektů X, Y vystřihne z objektu X tu část, kterou překrývá objekt Y . V zápisu zapisujeme *rozdíl* (X, Y).

Zápis *spojení* (*průnik* (X, Y), Z) – znamená spojení průniku X a Y s objektem Z . V zápisu dodržujeme pořadí objektů podle abecedy. Jakými logickými operacemi lze ze dvou elips A, B a dvou obdélníků C, D vytvořit písmeno e (obr. 2)?



Obr. 2: Ilustrace k úloze Logické operace v počítačové grafice

Nabízené odpovědi:

rozdíl (*spojení* (*rozdíl* (A, B), C), D)

rozdíl (*průnik* (*rozdíl* (A, B), C), D)

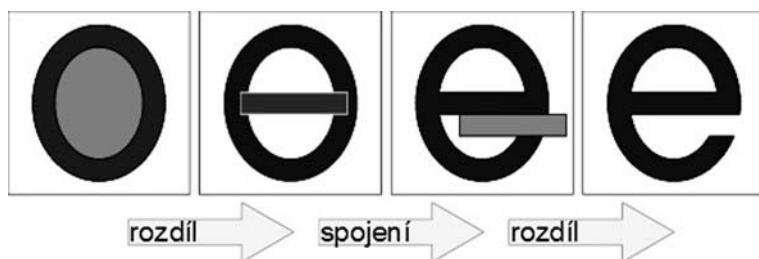
průnik ($A, \text{rozdíl} (B, \text{spojení} (C, D))$)

z těchto objektů nelze písmeno e vytvořit

Zdůvodnění:

Skládání písmene e provedeme ve třech krocích (obr. 3):

1. odečteme malou elipsu od velké ... *rozdíl* (A, B)
2. k výsledku přidáme jeden obdélník ... *spojení* (*rozdíl* (A, B), C)



Obr. 3: Ilustrace ke zdůvodnění k úloze Logické operace v počítačové grafice

3. od výsledku odečteme druhý obdélník ... *rozdíl (spojení (rozdíl (A, B), C), D)*

Čtenář si může řešení těchto a dalších informatických úloh sám vyzkoušet v testu nanečisto na webu soutěže Bobřík informatiky [2].

LITERATURA

- [1] Asociace knihoven vysokých škol České republiky. *Koncepce informačního vzdělávání na vysokých školách v České republice: doporučující materiál Asociace knihoven vysokých škol ČR*. [online]. Praha : Odborná komise IVIG AKVŠ ČR, 2008 [cit. 2009–11–2]. Dostupné na [www: http://knihovny.cvut.cz/ivig/dokumenty.html](http://knihovny.cvut.cz/ivig/dokumenty.html)
- [2] *Bobřík informatiky, web soutěže*. [online] České Budějovice, Pedagogická fakulty, 2008. [cit. 2009–11–18] Dostupné na [www: http://www.ibobr.cz](http://www.ibobr.cz)
- [3] *O konceptu ECDL*. [online]. Praha : ČSKI, 1999–2009. [cit. 2009–11–18]. Dostupné na [www: http://www.ecdl.cz/o_projektu.php](http://www.ecdl.cz/o_projektu.php)
- [4] KALAŠ, I., TOMCSÁNYIOVÁ, M. Students' Attitude to Programming in Modern Informatics [online]. In SANTOS, E. R., MILETTO, E. M. TURCSÁNYI-SZABÓ, M. (eds.) *Proceedings 9-th IFIP World Conference on Computers in Education*. Brazil : WCCE, 2009 [cit. 2009–11–21]. ISBN 978-3-901882-35-7. Dostupné na [www: http://www.wcce2009.org/proceedings/papers/WCCE2009_pap82.pdf](http://www.wcce2009.org/proceedings/papers/WCCE2009_pap82.pdf)
- [5] KUŘINA, F. Vyučování matematice a kultivace kompetencí. In KRÁT-KÁ, M. (ed.) *Jak učit matematice žáky ve věku 11–15 let*. Plzeň : Vydavatelství servis, 2006. s. 9–20. ISBN 80-86843-08-4.
- [6] KUŘINA, F. *Matematická gramotnost*. Vystoupení na semináři GAČR, Praha : MÚ AV, duben 2008.

- [7] VANÍČEK, J. Bobřík informatiky – soutěž žáků a studentů v informatice. *Matematika – fyzika – informatika*. 2009, roč. 18, č. 9. s. 548–558. ISSN 1210–1761.
- [8] VANÍČEK, J. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Praha : PedF UK, 2009, 212 s. ISBN 978-80-7290-394-8.

MATEMATICKÁ GRAMOTNOST (JEDNA ČÁST ÚKOLU PODPORA GRAMOTNOSTI ŽÁKŮ, KTERÝ ŘEŠÍ VÚP V PRAZE)

Eva Zelendová

Motto: „Velkou knihu přírody mohou číst jen ti, kteří znají jazyk, jímž byla napsána. A tímto jazykem je matematika.“

Galileo Galilei

Jedním z úkolů Výzkumného ústavu pedagogického v Praze (VÚP) v roce 2009 byla i metodická podpora rozvoje gramotností žáků. V anotaci v Plánu hlavních úkolů VÚP se můžeme dočíst: „*V souvislosti s reformou kurikula pracují učitelé ve školách s očekávanými výstupy vzdělávacích oborů nebo s klíčovými kompetencemi. Mezinárodní výzkumy typu PISA, PIRLS a TIMSS sledují úroveň matematické, přírodovědné a čtenářské gramotnosti. Nebylo dosud vysvětleno, v jakém vztahu jsou gramotnosti k reformovanému kurikulu, a není jasné, zda učitelé gramotnostem rozumějí.*“ Podívejme se nyní společně, jak byla část úkolu vztahující se k matematické gramotnosti v průběhu roku 2009 řešena. Nahlédněme „pod pokličku“ připravované metodické příručky, která bude realizována v roce 2011.

JEDNOTLIVÉ AKTIVITY ŘEŠITELSKÉHO TÝMU

Základní vhled do dané problematiky shrnuli řešitelé úkolu (RNDr. Jan Maršák, CSc., Mgr. Katarína Nemčíková a RNDr. Eva Zelendová) v několika teoretických článcích, ve kterých je možno nalézt i dostatek ilustrativních příkladů uvolněných z mezinárodních výzkumů PISA a TIMSS. První dva *Matematická gramotnost žáků a mezinárodní pedagogické výzkumy* a *PISA a TIMSS – různé tváře matematické gramotnosti* jsou již zavěšeny na Metodickém portálu <http://www.rvp.cz>. Další dva *Stanovení pojmu matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA* a *Koncepce výzkumu TIMSS* jsou připraveny ke zveřejnění na tomto portálu.

Vzhledem k tomu, že ve většině případů je matematická gramotnost chápána ve smyslu definice, která je uváděna v publikacích výzkumu PISA („*Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje*

matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana.“ [2]), věnovali se řešitelé úkolu v roce 2009 podrobněji právě tomuto mezinárodnímu výzkumu, jehož cílem je „zjistit, jak matematicky gramotní jsou patnáctiletí žáci čili zda a v jaké míře umějí patnáctiletí žáci používat matematiku kvalifikovaným způsobem, když jsou konfrontováni s problémy reálného světa“. [1] Vhodný materiál pro zkoumání souvislostí mezi matematickou gramotností definovanou ve výzkumu PISA a schopnostmi žáků českých škol řešit matematické problémy našli řešitelé v dosud nepublikovaných uvolněných úlohách tohoto výzkumu Take The Test [3]. Jednalo se o 15 úloh, které v souhrnu obsahovaly 30 otázek pro žáky. Každá úloha je zasazena do určité reálné situace – vybraná úloha Continental Area požaduje po žácích odhad plochy kontinentu pomocí mapy. Anglický text úlohy bylo třeba velmi pečlivě přeložit do češtiny, zadat přeloženou úlohu cca 150 patnáctiletým žákům a posléze vyhodnotit získaná řešení vzhledem k požadované úrovni matematické gramotnosti a předpokládaným dovednostem, které potřebuje český žák k vyřešení dané úlohy.

MATEMATICKÝ PANEL

Myšlenka zapojit do zpracování vybraných úloh učitele základních škol, gymnázií a vysokých škol, které vzdělávají pedagogy, byla realizována vytvořením matematického panelu. Účast v tomto panelu přijali: PhDr. Filip Roubíček, Ph.D. (AV ČR), PhDr. Michaela Kaslová a doc. RNDr. Naďa Stehlíková, Ph.D. (PF UK Praha), doc. RNDr. Josef Molnár, CSc. (PřF UP Olomouc), Mgr. Věra Olšáková (ZŠ a MŠ Čtyřlístek, Uherské Hradiště). Na společné jarní schůzce panelisté na základě diskuse stanovili společné body postupu při analýze jednotlivých uvolněných úloh:

1. zajištění přesného překladu anglického zadání úlohy do češtiny;
2. stanovení dovedností potřebných pro řešení úlohy;
3. upřesnění pokynů pro zadání úlohy;
4. výběr vzorových řešení úlohy doplněných komentářem vhodnosti řešení;
5. sumarizace výstupů podle RVP ZV, které žák při řešení uplatnil;
6. zvážení možností využití úlohy ve výuce;
7. nalezení jednoduchých návodných úloh.

Bylo zřízeno webové prostředí (diskusní panel), ve kterém se mohli panelisté dále „virtuálně“ stýkat a společně pracovat na jednotlivých bodech stanovené struktury. Částečné výsledky jejich práce si nyní přiblížíme na výše zmíněné úloze Continent Area.

1. PŘEKLAD ZADÁNÍ ÚLOHY DO ČEŠTINY

Rozloha kontinentu

Máš před sebou mapu Antarktidy. Odhadni rozlohu Antarktidy pomocí měřítka mapy.

Uveď svůj postup a vysvětli, jak jsi odhad provedl (provedla). (Můžeš kreslit do mapy, pokud ti to pomůže při odhadování.)

2. DOVEDNOSTI POTŘEBNÉ PRO ŘEŠENÍ ÚLOHY

Pojmové uchopení úlohy. Žák:

- chápe pojem rozloha jako obsah (nikoliv jako obvod nebo objem)
- chápe pokyn „odhadni“ jako provedení výpočtu s přibližnými hodnotami

Volba metody odhadu. Žák:

- určuje obsah nepravidelného obrazce
 - a) pomocí čtvercové sítě nebo pokrytím obrazce jednotkovými čtverci
 - b) rozdělením obrazce na několik jednodušších obrazců, jejichž obsah umí určit (např. obdélníků)
 - c) nahrazením obrazce jedním jednodušším obrazcem, který ho přibližně pokrývá a jehož obsah umí vypočítat (např. čtvercem, obdélníkem, kruhem), případně metodou rámování

Provedení odhadu. Žák:

- načrtává nebo rýsuje základní geometrické útvary (rovnoběžky, kolmice, čtverec, obdélník, kruh)
- určuje rozměry obrazce měřením (délky stran, poloměr kruhu)
- určuje rozměry obrazce ve skutečnosti pomocí měřítka mapy
- počítá obsah základních rovinných útvarů (čtverce, obdélníku, trojúhelníku, lichoběžníku, kruhu), provádí základní početní operace
- používá správné jednotky (délky, obsahu)

3. POKYNY PRO ZADÁNÍ ÚLOHY

Předpokládaný čas potřebný k vyřešení úlohy: 15 min

Doporučené pomůcky: pravítko

4. UKÁZKY ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ

Správná řešení

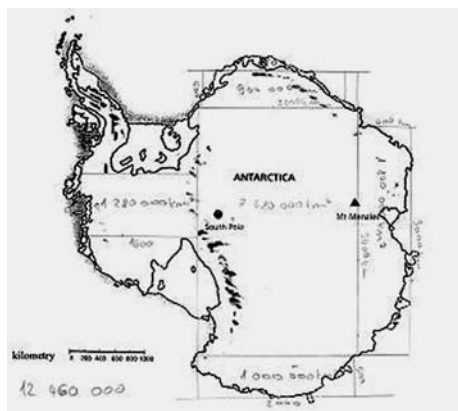
Žákovské řešení č. 1

...Určíme si, kolik je... (průměr... objemu... jeho... (délka)
 ...a... (výška)... (oblasti... celou... (plochu... (oblasti...
 ... (průměr... (výška... (rozdělit... (oblasti... a... (výška...
 jejich obsahy a pak je sečíst (Cm² m², m² l²,
 pokud je čas). Ze povrchu zeměpisné mapy, kde je to
 napsoné.

Žákovské řešení č. 2

$r = 6 \text{ cm}$ $S = \pi \cdot r^2$ $S = 3,14159 \cdot 6^2$
 $r = 2000 \text{ km}$ $S = 12,566 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
 Když vezmeme Antarkidu, jako přibližně kruh o poloměru
 $6 \text{ cm} = 2000 \text{ km}$. Vyjde nám přibližně tohle.

Žákovské řešení č. 3



Odhaduji na 12 750 000 km². Podle mě je to velmi na
 první pohled správné, ale jsem si jistá, že to je všechno
 sečteno.

6. MOŽNOSTI VYUŽITÍ ÚLOHY VE VÝUCE

- Určování obsahu obrazce pomocí čtvercové sítě. Např. *Určete rozlohu kraje pomocí čtvercové sítě. Použijte kartografickou síť na mapě nebo síť vytištěnou na fólii.*
- Výpočet obsahu základních rovinných útvarů (čtyřúhelník, kruh). Např. *Načrtněte/narýsujte čtverec, obdélník nebo kruh, který přibližně pokrývá daný nepravidelný obrazec, a odhadněte jeho obsah pomocí obsahu čtverce, obdélníku nebo kruhu.*
- Výpočet obsahu mnohoúhelníku, který lze rozdělit na několik jednodušších mnohoúhelníků (trojúhelníků, čtverců, obdélníků apod.).

ZÁVĚR

Podrobné analýzy různých řešení jednotlivých úloh budou pro pedagogy připravovány během roku 2010 a uvedeny budou v metodické příručce, která se kromě matematické gramotnosti bude zabývat i dalšími gramotnostmi: čtenářskou a informační; přírodovědnou; finanční a ICT. Vydání této příručky je plánováno na rok 2011.

LITERATURA

- [1] *Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003*. Praha : ÚIV, 2004.
- [2] Palečková, J., Tomášek, V. *Učení pro zítřek*. Praha : TAURIS, 2005, s. 13. ISBN 80-211-0500-3.
- [3] *Take The Test. Sample Questions from OECD's PISA Assessments*. OECD, 2009.

NERECENZOVANÉ PŘÍSPĚVKY

BYL EUKLIDES FINANČNĚ GRAMOTNÝ?

Emil Calda

S gramotnostmi se v současné době roztrhl pytel. Máme nejen gramotnost finanční, počítačovou, jazykovou a právní, ale i gramotnost mobilního telefonování, gramotnost ohledně televizních seriálů a gramotnost přes školní vzdělávací programy. Být gramotný aspoň v jedné z těchto oblastí je dobrá věc, ale neznamená to, že každou situaci z okruhu, v němž jste gramotní, zvládnete. Gramotnost jazyková vám nezaručuje, že se dokážete domluvit, gramotnost finanční vám nemůže zajistit, že vaše banka nezkrachuje, a se svou gramotností právní nemůžete u soudu pochodit; také jste si jistě všimli, že váš počítačově gramotný synek je někdy s počítáním na štíru. Ve výčtu současných gramotností jsem úmyslně neuvedl zastaralou a přehlíženou gramotnost sociální, která spočívá v tom, že se chováte slušně a jste vstřícní a ohleduplní. V souladu s cílem této konference se však v následujících řádcích zaměřím pouze na otázky gramotnosti finanční, zejména v souvislosti s Euklidem

V prvé řadě je nutno si ujasnit, o kterého Euklida půjde. Tušíte-li, že se nejedná o filozofa Euklida z Megary, který byl žákem Sokratovým, ale o jeho jmenovce, Euklida z Alexandrie, je vaše tušení správné. Řeč bude vskutku o Euklidovi z Alexandrie, který se podle některých pramenů narodil roku 340 př. n. l., takže v roce 2010 uplyne od této události 2350 let. (Připomínám to raději už nyní, protože v příštím roce tomu nikdo žádnou pozornost věnovat nebude.) Nemusím jistě uvádět, co Euklides pro matematiku znamenal a dodnes znamená. Nebýt Euklida, nežili bychom dnes v euklidovském prostoru ale bůhví v jakém; euklidovské konstrukce by nám byly k ničemu, protože bez Euklida bychom vůbec žádnou geometrii neměli - nejen euklidovskou, ale dokonce ani neeuklidovskou, neboť ta vznikla jenom díky pátému Euklidovu postulátu. A to nemluvím o Euklidově algoritmu a pomímám věty o úsecích na přeponě pravoúhlého trojúhelníku, jejichž neexistenci by jistě mnozí naši žáci uvítali, ale někteří z nás by to nesli s těžkým srdcem. Z tohoto výčtu je zcela evidentní, že Euklides byl matematicky gramotný, přestože před více než dvěma tisíci lety nemohl vědět, co je to derivace, skalární součin a komutativní těleso. Na této konferenci, která je mimo jiné věnována otázkám finanční gramotnosti, bychom si však (i vzhledem k výše uvedenému výročí) měli položit a zodpovědět otázku, zda Euklides byl gramotný také finančně.

K tomu, abychom na ni mohli fundovaně odpovědět, je dobré vědět, co to znamená, když se o někom řekne že je finančně gramotný. Gramotnost – jak uvádí encyklopedický slovník *Universum* – je dovednost číst a psát získaná obvykle v prvních ročnících školní docházky. Co je to finanční gramotnost jsem se tam nedověděl, ale tuším, že to bude nějak souviset s pojmy jako je úrok, úročitel, odúročitel, střadatel, umořovatel, zásobitel, anuita atd. Vesměs se jedná o pojmy, s nimiž se v prvních ročnících školní docházky sice nesetkáte, ale později, až se začnete starat o rodinu, se vám jejich znalost určitě hodí. Nevidím proto nic špatného na tom, že se žáci v příslušném ročníku něco z finanční matematiky dozvědí. Myslím si ale, že by to nemělo překročit určitou mez, která je dána tím, že i jiné partie matematiky jsou důležité a pro rozvoj žákovské osobnosti nezanedbatelné. Snaha seznámit ve škole žáky s tím, co budou v životě potřebovat, je nepochybně chvályhodná, ale neměli bychom zapomínat na to, že ve škole bychom se měli dovídat i věci, které k bezprostřednímu užítku neslouží. Asi vám nikdy k ničemu nebylo, že víte, že existuje právě pět platónských těles, ale to neznamena, že vás tento poznatek jistým způsobem neobohacuje a že bychom jej neměli, když se to v dané situaci hodí, svým žákům předávat.

Vrátíme-li se k Euklidovi, musíme z výše uvedeného hlediska konstatovat, že finančně gramotný být nemohl. Protože v jeho době nebyly ještě vztahy mezi lidmi příliš založeny na penězích a pojmy jako úroková sazba, stavební spoření a termínový vklad neexistovaly, nemohl se problémy s nimi spojenými vůbec zabývat. Na jeho velikosti a genialitě to samozřejmě nic neubírá - mám dojem, že by tuto problematiku zvládnul více méně hravě a určitě by mu nedělalo žádné potíže své třináctisvazkové Základy rozšířit o svazek čtrnáctý.

Je tady ještě další okolnost, pro kterou se domnívám, že Euklides by finančně gramotný nebyl ani v případě, že by tehdejší finanční poměry byly rozvinutější. On by totiž ani nechtěl! V jeho době se řada významných matematiků a filozofů dívala na praktické využití svých výsledků spatra a považovali za nedůstojné se těmito aplikacemi zabývat. Toto odtržení vědy od života mělo neblahé důsledky, které se projevily o několik století později, kdy zfanatizovaný dav, jemuž věda a vědecké poznatky byly šumafuk, kolem roku 390 n. l. zapálil a zničil alexandrijskou knihovnu, ve které byly shromážděny jedinečné výsledky vědeckého bádání starověkých myslitelů. Tak trochu se mi vtírá myšlenka, zda takové nebezpečí trochu nehrozí i dnes, kdy jsou v médiích šířeny a propagovány všelijaké esoterické nauky, které se někdy jako věda tváří, ale jsou s vědeckými poznatky v příkrém rozporu.

Myslím si dále, že Euklides by se finanční matematikou nezabýval, i kdyby byl naším současníkem, protože její výsledky po stránce estetické by jeho oku nelahodily. Budete asi souhlasit s tím že o některých matematických partiích se dá bez nadsázky říci, že jsou hluboké a krásné. Znáte však nějaké výsledky, k nimž dospěla finanční matematika a které by bylo možno za takové považovat? O jednom skvělém bych sice věděl, ale obávám se, že se nedá označit jako

hluboký. Je to sdělení finančního úřadu pro Prahu západ, že jsem ve svůj neprospěch nesprávně vyplnil daňové přiznání, ale že jsou ochotni, požádám-li o to, příslušnou částku mi vrátit! I když tento výsledek, k němuž dospěla finanční matematika na Praze západ, je pro mne vskutku vynikající, krásný a radostný, je zcela ojedinělý, postrádá hloubku a nebude se asi opakovat; dokonce by mohl být příště zcela opačný. Celkově tedy finanční matematiku za krásné odvětví matematiky nepovažuji a myslím si, že by Euklides byl téhož názoru.

Shrnutím výše uvedených úvah docházíme k závěru, že Euklides finančně gramotný nebyl. Rád bych však zdůraznil, že z tohoto tvrzení nevyplývá, že v dnešní době není finanční gramotnost důležitá.

FINANČNÍ A EKONOMICKÁ GRAMOTNOST

Eva Farová

V říjnu letošního roku se zástupci naší neziskové organizace Ekogram zúčastnili celostátní konference matematiků v Litomyšli. Na konferenci jsme představili seminář zaměřený na zvyšování finanční a ekonomické gramotnosti, při kterém si studenti virtuálně prožijí život v moderované hře Virtulife. Náš seminář se setkal u pedagogů s velkým úspěchem.

Ekogram je nezisková organizace, která se zabývá zvyšováním ekonomické a finanční gramotnosti. Posláním Ekogramu je působit na žáky a studenty tak, aby se vyznali ve finančních produktech dostupných na trhu a uměli si z nich správně vybrat.

Se školami spolupracujeme dvěma způsoby. Naši lektori si zahrají hru přímo se studenty, nebo dodáváme školám hru včetně zaškolení pro pedagogy. Pro vyzkoušení semináře ve školách vždy nejprve sehraje hru s pedagogy, aby mohli posoudit její přínos a rozhodnout se, zda naši nabídky využijí.

Další informace najdete na stránkách

<http://www.ekogram.cz> a <http://www.virtulife.cz>

EKOGRAM

centrum pro podporu ekonomické a finanční gramotnosti

NEBOJTE SE INTERAKTIVNÍ TABULE

Vladimír Wasyliw

CO JE TO INTERAKTIVNÍ TABULE?

Interaktivní tabule je jedním z moderních nástrojů používaných ve výuce. V podstatě je lze rozdělit do dvou skupin – klasické interaktivní tabule (pracují se speciální pracovní plochou) a snímáče (mohou využívat jakoukoli bílou hladkou plochu). Vždy je třeba propojení s počítačem a dataprojektorem. Přestože se obě skupiny liší v technologii zobrazování, z hlediska uživatelského je jejich použití velice obdobné. Možnosti jejich použití závisí zejména na kvalitě dodávaného software.

Interaktivní tabuli je třeba chápat jako jeden z prostředků moderního vyučování, který může při vhodném využití výuku zefektivnit, zpestřit a zkvalitnit. Přes všechna pozitiva se v žádném případě nejedná o nástroj, který by nahradil všechny dosud používané metody a formy vyučování a byl jediným všelékem, který zabezpečí kvalitu vzdělávacího procesu.

JAK SE INTERAKTIVNÍ TABULE NA ŠKOLU DOSTANE?

Velmi často jsem se setkal se dvěma možnostmi, jak škola získala první interaktivní tabuli:

- a) Tabuli zakoupí ředitel školy. V lepším případě je skutečným propagátorem používání moderních technologií ve výuce, v horším případě pak zejména proto, aby vylepšil obraz své školy ve stále tvrdším souboji o žáky (zejména na středních školách). V obou případech teprve potom nastává hledání učitelů, kteří s tabulí budou skutečně pracovat. V některých případech se to i podaří. . .
- b) Ve škole se najde jeden nebo malá skupinka aktivních učitelů, kteří práci s tabulí někde viděli (na ukázkových hodinách, prezentacích, seminářích apod.). Ti pak přesvědčí ředitele a zakoupení tabule si, často po velkém úsilí, prosadí. Ti pak s tabulí pracují s nadšením (pokud neopustí danou školu nebo školství vůbec) a snaží se zapojit i další kolegy. . .

PROČ SE NĚKTEŘÍ UČITELÉ BOJÍ PRACOVAT S INTERAKTIVNÍ TABULÍ?

Nejčastějším způsobem, kterým se učitelé seznamují s interaktivní tabulí, jsou školení a předváděcí akce jednotlivých prodejců daného zařízení. Často mají tato školení zahrnutá v ceně, nabízejí je jako doplňkovou službu, případně je provádějí jako promo akce ještě před samotným prodejem tabule škole. Velká většina těchto akcí je připravena tak, aby prezentovala, že právě výrobek distribuovaný tímto prodejcem je úžasný, skvělý, báječný a umí toho úplně nejvíc. Na průměrného učitele pak tato smršť ukázek má často kontraproduktivní účinek. Snaha ukázat v co nejkratším čase co nejvíc možností vyvolá u učitelů sedících v lavicích obavy zejména z:

- technické náročnosti ovládání
- časové náročnosti na přípravu
- náročnosti na znalosti z oblasti výpočetní techniky

S tímto vědomím byla připravena i tato dílna. Jejím cílem nebylo prezentovat složité zpracované programy, případně učit jejich tvorbu. Cílem bylo umožnit úplným začátečníkům „osahat“ si interaktivní tabuli, vyzkoušet si její základní ovládání a ukázat jak mohou jednoduše a bez obav začít toto zařízení v hodinách používat, postupně se s ním sžívat a později přecházet ke stále složitějším způsobům využití.

JAK JE MOŽNÉ POUŽÍVAT INTERAKTIVNÍ TABULI V ÚPLNÝCH ZAČÁTCÍCH?

1. Na jedné nejmenované škole jsem se setkal s tím, že se interaktivní tabule používala pouze jako bílá tabule pro psaní stíratelnými fixy! Toto používání je **naprosto nevhodné!** Většina typů tabulí se tímto způsobem používání **ničí!** A samozřejmě toto používání neodpovídá nákladům na pořízení tohoto zařízení.
2. Nejjednodušším způsobem, jak začít učit sebe i žáky používat interaktivní tabuli v hodinách, je používat ji na **běžné psaní**.
 - Využívání nástrojů tužka, guma, příp. popisovač
 - Využití možnosti návratu k předchozím stránkám (což po smazání klasické tabule již nelze)
 - Využívání možnosti uložení zápisu do počítače a jejich opětovnému použití v některé z následujících hodin
 - Postupně lze začít používat předdefinované tvary, vkládat obrázky apod.
 - Takto lze používat interaktivní tabuli téměř bez předchozí přípravy

3. Později lze začít připravovat jednoduché materiály. Například:

- nadepsat zadání příkladů a žáky je nechat dopočítat
- připravit jednoduché geometrické náčrtky
- připravit obrázky, které pak lze v hodinách popisovat
- připravit popisky jako objekty a na tabuli je přiřazovat

4. Lze využívat materiály již připravené

- Komerčně – např. nakladatelstvím Fraus
- Nekomerčně, volně ke stažení z internetu – např. portál www.veskole.cz
- Lze případně použít i své vlastní již dříve připravené materiály v jiných programech, např. PowerPointu, MS Word, MS Excel apod.

5. Postupně si začít si tyto připravené materiály upravovat podle individuálních potřeb s ohledem na úroveň žáků, hloubku probíraného tématu atd.

6. Až po té lze v případě zájmu postupně přejít k tvorbě vlastních hodin

Samozřejmě není nutné projít všemi fázemi používání. Lze zůstat u kterékoli z výše uvedených možností – **kromě bodu 1!** I zdánlivě jednoduché vhodné použití tabule vyučovací hodinu obohatí, oživí a zaujme žáky. Důležité je zbavit se v souvislosti s interaktivní tabulí zábran a předsudků. Ověřit si, že její používání nemusí být žádná velká věda a že není třeba mít z něho zbytečné obavy. K tomu měla posloužit i dílna na konferenci v Litomyšli.

SEZNAM AUTORŮ PŘÍSPĚVKŮ

Jana Cachová

Katedra matematiky PdF UHK

Rokitanského 62, 500 03 Hradec Králové III

jana.cachova@uhk.cz

Emil Calda

MFF UK, katedra didaktiky matematiky

Sokolovská 83, Praha 8

ecalda@volny.cz

Eva Farová

Ekogram: Centrum pro podporu ekonomické a finanční gramotnosti

Rokycany

evafarova@evafarova.cz

Jakub Fischer

Fakulta informatiky a statistiky VŠE v Praze

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

jakub.fischer@gmail.com

Alena Hesová

VÚP v Praze

Senovážné náměstí 1588/4, 110 06 Praha 1

hesova@vuppraha.cz

Alena Hošpesová

Pedagogická fakulta, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Jeronýmova 10, 371 15 České Budějovice

hospes@pf.jcu.cz

Marie Chodorová

Katedra algebry a geometrie PřF UP

tř. 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc

chodorova@inf.upol.cz

Tatiana Košinárová

NÚCEM

Pluhová 8, 831 03 Bratislava 3, Slovensko

tatiana.kosinarova@statpedu.sk

František Kuřina

Univerzita Hradec Králové, Pedagogická fakulta

Jana Koziny 1237, Hradec Králové

frantisek.kurina@uhk.cz

Jozef Kuzma
Štátny pedagogický ústav
Pluhová 8, 830 00 Bratislava, Slovensko
jozef.kuzma@statpedu.sk

Eva Lesáková
CERMAT
Jeruzalémská 12, 110 00 Praha 1
lesakova@cermat.cz

Josef Molnár
Katedra algebry a geometrie PřF UP
tř. 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc
josef.molnar@upol.cz

Karel Otruba
CMGaSOŠPg
Lerchova 63, 602 00 Brno
otruba@cmsps.cz

Jaroslav Perný
KMD, FP, TU v Liberci
Studentská 2, 461 17 Liberec
jaroslav.perny@tul.cz

Jana Plíšková
ZŠ Pardubice
Josefa Ressla 2258, 530 03 Pardubice
pliskova.jana@seznam.cz

Monika Reiterová
Štátny pedagogický ústav
Pluhová 8, 830 00 Bratislava, Slovensko
monika.reiterova@statpedu.sk

Viera Ringlerová
NÚCEM
Pluhová 8, 831 03 Bratislava 3, Slovensko
viera.ringlerova@statpedu.sk

Filip Roubíček
Matematický ústav AVČR, v.v.i.
Žitná 25, 115 67 Praha 1
roubicek@math.cas.cz

Eva Řídká

CERMAT

Jeruzalémská 12, 11000 Praha 1

ridka@cermat.cz

Michal Skořepa

Česká národní banka, Česká společnost ekonomická

Na Příkopě 28, 115 03 Praha 1

michal.skorepa@cnb.cz

Marie Tichá

Matematický ústav AV ČR, v.v.i.

Žitná 25, 115 67 Praha 1

ticha@math.cas.cz

Jiří Vaníček

Pedagogická fakulta, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Jeronýmova 10, 371 15 České Budějovice

vanicek@pf.jcu.cz

Vladimír Wasyliw

ISŠT Mělník

K učilišti 2566, 276 01 Mělník

wasyliw@seznam.cz

Eva Zelendová

VÚP v Praze

Senovážné náměstí 1588/4, 110 06 Praha 1

zelendova@vuppraha.cz

JAK UČIT MATEMATICE ŽÁKY
VE VĚKU 11–15 LET

Vydavatel: Vydavatelský servis, Plzeň
Editorka: Naďa Stehlíková

Sazba: Ing. Miloš Brejcha
Sazba v L^AT_EXu z písma Computer Modern ve variantě *CS*-font
Vydání 1.
Tisk: TYPOS, Tiskařské závody, s. r. o.
Podnikatelská 1160/14, Plzeň

Plzeň, 2010